

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского**

**Д.А. Павлов, С.М. Планкина, А.В. Кудрин**

## **ЭФФЕКТ ХОЛЛА**

Практикум

Рекомендовано методической комиссией физического факультета  
для студентов ННГУ,  
обучающихся по направлениям подготовки  
210100 – Электроника и наноэлектроника,  
222900 – Нанотехнологии и микросистемная техника

Нижегород  
2013

УДК 537.633.2  
ББК 22.379  
П-12

П-12 Павлов Д.А., Планкина С.М., Кудрина А.В. ЭФФЕКТ ХОЛЛА: Практикум.  
– Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2013. – 24 с.

Рецензенты: д.ф.-м.н., профессор Е.С. Демидов  
к.ф.-м.н., доцент В. В. Карзанов.

В работе прорабатывается и закрепляется материал соответствующего раздела курса лекций «Физика полупроводников»: описана теория, основные методы измерения эффекта Холла и методика определения типа, концентрации и подвижности носителей заряда. Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки 210100 – Электроника и нанoeлектроника, 222900 – Нанотехнологии и микросистемная техника.

УДК 537.633.2  
ББК 22.379

© Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского, 2013

## Содержание

1. Эффект Холла в слабых магнитных полях .....	4
2. Эффект Холла в сильных магнитных полях .....	13
3. Измерения эффекта Холла .....	14
3.1 Измерения эффекта Холла на образце прямоугольной формы .....	14
3.2. Измерения на плоском образце произвольной формы (метод Ван-дер-Пау) .....	15
4. Методика измерений .....	17
5. Задание .....	20
6. Порядок выполнения работы .....	20
7. Контрольные вопросы .....	22
Литература .....	23

**Цель работы:** ознакомиться с теорией и основными методами измерения эффекта Холла; исследовать зависимость ЭДС Холла от величины индукции внешнего магнитного поля и силы тока, протекающего через образец; определить тип, концентрацию и подвижность носителей заряда.

## 1. Эффект Холла в слабых магнитных полях

Физические явления, обусловленные движением носителей заряда под действием внешних и внутренних полей, называются кинетическими явлениями или явлениями переноса. К ним относятся электропроводность, теплопроводность, гальваномагнитные, термомагнитные, термоэлектрические явления.

Явления, наблюдающиеся в проводниках первого рода<sup>1</sup> при совместном действии электрического и магнитного полей, называются гальваномагнитными. К ним относятся: 1) возникновение поперечной разности потенциалов (эффект Холла); 2) изменение сопротивления в магнитном поле (магнитосопротивление); 3) возникновение поперечной разности температур (эффект Эттингсгаузена); 4) возникновение продольной разности температур (эффект Нернста).

Рассмотрим эффект Холла для случая слабого магнитного поля. Под слабым магнитным полем понимают такое магнитное поле, при котором длина свободного пробега заряженной частицы (электрона или дырки) много меньше радиуса ее круговой траектории. Соответственно, сильным магнитным полем называют поле, при котором длина свободного пробега много больше радиуса круговой траектории частицы. Другими словами, в слабом магнитном поле носитель заряда успевает пройти до столкновения малое расстояние по круговой орбите, а в сильном магнитном поле траектория носителя заряда искривляется очень сильно.

Если использовать такие понятия как период обращения по круговой орбите  $T_c$  и время релаксации  $\tau$  - среднее время, в течение которого в системе существует неравновесное распределение носителей заряда после снятия внешних полей, то для слабого магнитного поля должно выполняться условие

$$\tau \ll T_c. \quad (1)$$

Но частота обращения по круговой орбите носителя заряда с эффективной массой  $m^*$  в магнитном поле с индукцией  $B$ , т. е. циклотронная частота  $\omega_c$  определяется из равенства центробежной силы и силы Лоренца и равна

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T_c} = \frac{e}{m^*} B, \quad (2)$$

поэтому в слабых полях

---

<sup>1</sup> т.е. в проводниках, в которых ток переносится электронами. В проводниках второго рода, в которых ток переносится ионами, гальваномагнитные явления не обнаруживаются, по-видимому, потому, что скорость ионов и связанная с ней магнитная составляющая силы Лоренца малы.

$$\frac{\tau}{T} = \frac{\tau\omega_c}{2\pi} = \frac{e\tau}{2\pi m^*} B = \frac{\mu B}{2\pi} \ll 1, \quad (3)$$

где  $\mu = \frac{e\tau}{m^*}$  - подвижность (подвижность электрона  $\mu_n$  или дырки  $\mu_p$  численно равна дрейфовой скорости, которую приобретает носитель в электрическом поле единичной напряженности). Соответственно в сильных полях -  $\frac{\mu B}{2\pi} \gg 1$ .

Таким образом, условие слабого и сильного магнитных полей определяется не только индукцией магнитного поля, но и подвижностью носителей заряда.

Пусть полупроводник имеет форму параллелепипеда длиной  $l$  и сечением  $a \cdot b$  (рис. 1). Предположим, что внешнее электрическое поле направлено вдоль  $X$ :  $\mathbf{E} = (E_0, 0, 0)$ . Под действием электрического поля протекает ток, плотность которого

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}_0 = (en\mu_{dn} + ep\mu_{dp}) \mathbf{E}_0, \quad (4)$$

где  $\sigma = en\mu_{dn} + ep\mu_{dp}$  - удельная электропроводность образца.

Если поместить полупроводник в магнитное поле, направленное вдоль  $Z$ :  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ , т.е. перпендикулярное вектору тока, то на носитель заряда, движущийся с дрейфовой скоростью  $\mathbf{v}_d$  будет действовать сила Лоренца

$$\mathbf{F}_L = \pm e[\mathbf{v}_d, \mathbf{B}], \quad (5)$$

перпендикулярная движению носителя и направлению магнитного поля. Но дрейфовую скорость можно выразить через подвижность

$$\mathbf{v}_d = \mu_d \mathbf{E} = \pm \frac{e\langle\tau\rangle}{m^*} \mathbf{E}, \quad (6)$$

где  $\langle\tau\rangle$  - среднее время релаксации. В двух последних формулах плюс соответствует дырке, а минус - электрону. В результате выражение для силы Лоренца можно записать

$$\mathbf{F}_L = \frac{e^2\langle\tau\rangle}{m^*} [\mathbf{E}, \mathbf{B}]. \quad (7)$$

Из (7) следует, что сила Лоренца не зависит от знака носителей заряда, а определяется только направлением электрического и магнитного полей (направление этой силы определяется по правилу «левой руки»). Для выбранных направлений тока и магнитного поля на рис. 1 сила Лоренца направлена вверх. Под действием этой силы электроны в полупроводнике  $n$ -типа и дырки в полупроводнике  $p$ -типа будут отеснены к верхней грани образца, на нижней поверхности останется не скомпенсированный положительный (рис. 1а) и отрицательный (рис. 1б) заряд.

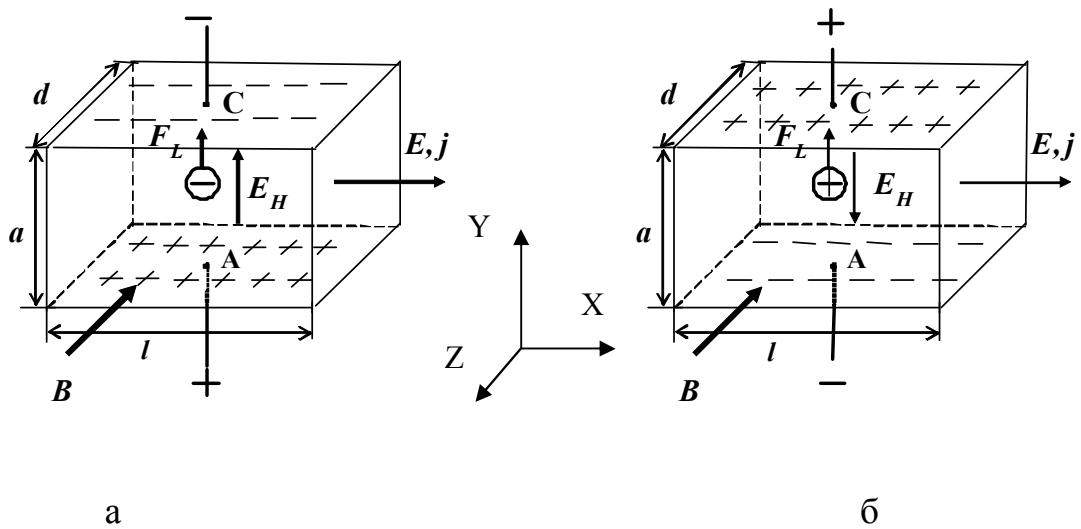


Рис. 1. Отклонение носителей заряда под действием магнитного поля в образцах с электронной (а) и дырочной (б) проводимостью

Эффект Холла заключается в том, что в результате действия силы Лоренца противоположные стороны образца по оси  $Y$  заряжаются, и возникает поперечное по отношению к  $j$  поле<sup>2</sup>. Это поле называется полем Холла ( $E_H$ ), его направление зависит от знака носителей заряда. Таким образом, оказывается возможным по знаку поля Холла определить тип основных носителей в полупроводнике.

Явление возникновения в полупроводнике с текущим по нему током поперечного электрического поля под действием магнитного поля называют эффектом Холла.

Поле Холла действует на движущиеся заряды с силой  $eE_H$ , противоположной силе Лоренца. Его величина будет расти до тех пор, пока эти силы не скомпенсируют друг друга. После этого носители будут двигаться под действием только продольного поля  $E_0$ , и вектор  $j$  будет направлен по полю  $E_0$ , но суммарное поле  $E = E_0 + E_H$  будет повернуто на некоторый угол  $\varphi_H$  относительно  $j$ . Этот угол называется углом Холла. Для тангенса угла можно записать  $\operatorname{tg}\varphi_H = \frac{E_H}{E_0}$ , причем его знак определяется направлением поля

Холла: положителен для дырочного полупроводника и отрицателен для электронного. Эквипотенциальные поверхности будут повернуты на угол  $\varphi_H$  относительно первоначального положения, поэтому на образце между точками А и С появится разность потенциалов, называемая ЭДС Холла, которая возрастает с увеличением тока  $I$  и величины магнитного поля  $B$ :  $U_H \sim I \cdot B$ .

Холл экспериментально нашел, что

$$E_H = -R_H [j, B], \quad (8)$$

где  $R_H$  - постоянная Холла, определяемая свойствами образца.

<sup>2</sup> Это дополнительное поле аналогично полю внутри заряженного конденсатора.

Рассмотрим полупроводник n-типа, помещенный в скрещенные поля  $E \perp B$  (рис. 1а). Величину  $R_H$  можно найти из условия компенсации холловским полем  $E_H$  силы Лоренца  $F_L$

$$eE_H + F_L = 0 \text{ или } E_H = -\frac{1}{e}F_L = -[v_d, B]. \quad (9)$$

Тогда выражение для угла Холла можно записать следующим образом:

$$\operatorname{tg} \varphi_H = \frac{E_H}{E_0} = -\frac{v_d B}{E_0} = -\mu_{dn} B. \quad (10)$$

На практике удобнее измерять не напряженность электрического поля и плотность тока, а соответствующую разность потенциалов (ЭДС Холла) и полный ток. Для этого дрейфовую скорость выразим через плотность дрейфового тока:

$$v_d = \frac{j}{en}. \quad (11)$$

Если плотность тока  $j$  одинакова во всех точках сечения  $a \cdot d$ , то:

$$j = \frac{I}{a \cdot d}. \quad (12)$$

После подстановки уравнений (11) и (12) в формулу (9) получим:

$$E_H = \frac{1}{en} \cdot \frac{IB}{a \cdot d}. \quad (13)$$

Считая возникшее поле однородным, найдем холловское напряжение на контактах А и С (рис.1), используя связь напряженности  $E_H$  и разности потенциалов  $U_H$ :

$$U_H = -E_H \cdot a = -\frac{1}{en} \cdot \frac{IB}{d} = R_H \frac{IB}{d}. \quad (14)$$

Откуда

$$R_H = \frac{U_H d}{IB}, \quad (15)$$

где  $d$  - размер образца в направлении магнитного поля.

Произведем оценку величины ЭДС Холла для типичного полупроводника – германия с концентрацией электронов  $n=5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . Пусть пластинка полупроводника имеет ширину  $a=1,0 \text{ см}$  и толщину  $d=0,1 \text{ см}$ . Из формулы

$R_H = -\frac{1}{en}$  следует, что  $R_H \approx 10^4 \text{ см}^3 \text{ Кл}^{-1}$ . Если ток равен 1 мА, а магнитное поле  $B=10^3 \text{ Гс}=10^{-1} \text{ Т}$ , то из уравнения (14) следует  $U_H = 1 \text{ мВ}$ .

Предложенный вывод выражения для ЭДС Холла нагляден, но недостаточно строг. Во-первых, выражение для коэффициента Холла выводилось для униполярного полупроводника и не выполняется, когда электроны и дырки присутствуют в полупроводнике в сравнимых концентрациях. Случай смешанной проводимости будет рассмотрен ниже.

Во-вторых, не был учтён статистический характер распределения носителей заряда по скоростям. Уравнение (9) не может выполняться одновременно для всех электронов (или дырок), имеющих различные по величине и направлению скорости. Поэтому на самом деле стационарное состояние наступает не тогда, когда сила Лоренца уравнивает силу Кулона, действующую со стороны электрического поля Холла для каждого электрона, а тогда, когда ток, созданный холловским электрическим полем, компенсирует ток, созданный действием силы Лоренца.

В общем случае, когда время релаксации электронов зависит от их скорости, необходимо учитывать механизм рассеяния и записывать выражение для коэффициента Холла с учетом множителя  $r$ , называемого Холл-фактором:

$$R_H = -\frac{r}{en}, \quad (16)$$

$$r = \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle^2}, \quad (17)$$

где  $\langle \tau \rangle$  - среднее значение времени релаксации для электронов или дырок,  $\langle \tau^2 \rangle$  - среднее значение квадрата времени релаксации. Если время релаксации зависит от скорости или энергии частиц, то Холл-фактор отличен от единицы и изменяется в пределах от 1 до 2 в зависимости от механизма рассеяния.

При рассеянии на ионах примеси  $r = \frac{315}{512}\pi \approx 1,93$ . При рассеянии на акустических колебаниях решетки  $r = \frac{3\pi}{8} \approx 1,18$  (см.[1]). Поскольку тот или иной механизм рассеяния определяется температурным интервалом, можно сказать, что в области низких температур, когда основную роль в рассеянии играют ионы примеси, необходимо полагать  $r = 1,93$ . Для температур, при которых имеет место рассеяние на акустических фоновых,  $r = 1,18$ . В том случае, когда в процессе рассеяния участвуют как ионы примеси, так и колебания решетки, Холл-фактор определяется более сложным выражением. При низких температурах (для Ge  $T < 250\text{K}$ , для Si  $T < 100\text{K}$ ) обычно доминирует рассеяние на ионах примеси, а при высоких температурах (для Ge и Si – в том числе и при комнатной температуре) преобладает рассеяние на колебаниях решетки. Если в кристалле преобладают упругие механизмы рассеяния, то Холл-фактор имеет одинаковое значение для электронов и дырок, но в общем случае он может быть различным.

Рассмотрим полупроводник со смешанной проводимостью, концентрации электронов и дырок в котором равны  $n$  и  $p$ , а подвижности - соответственно  $\mu_n, \mu_p$ . Запишем уравнения движения в скрещенных электрическом и магнитном полях:



$$\text{для электронов: } m \frac{d\mathbf{v}_n}{dt} = -e\mathbf{E} - e[\mathbf{v}_n, \mathbf{B}], \quad (18a)$$

$$\text{для дырок: } m \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = e\mathbf{E} + e[\mathbf{v}_p, \mathbf{B}]. \quad (18б)$$

Проинтегрировав выражения (18), используя выражение (6) для подвижности и учитывая механизмы рассеяния (более подробный вывод можно посмотреть в [1]), получим:

$$\mathbf{v}_n = -\mu_{dn}\mathbf{E} + r\mu_{dn}^2[\mathbf{E}, \mathbf{B}], \quad (19a)$$

$$\mathbf{v}_p = \mu_{dp}\mathbf{E} + r\mu_{dp}^2[\mathbf{E}, \mathbf{B}]. \quad (19б)$$

Умножая первое уравнение на « $-en$ », а второе на « $+ep$ », получим уравнения для плотности электронного и дырочного токов:

$$\mathbf{j}_n = en\mu_{dn}\mathbf{E} - enr\mu_{dn}^2[\mathbf{E}, \mathbf{B}], \quad (20a)$$

$$\mathbf{j}_p = ep\mu_{dp}\mathbf{E} + epr\mu_{dp}^2[\mathbf{E}, \mathbf{B}]. \quad (20б)$$

Таким образом, для плотности полного тока получаем

$$\mathbf{j} = e(n\mu_{dn} + p\mu_{dp}) \cdot \mathbf{E} + re(p\mu_{dp}^2 - n\mu_{dn}^2) \cdot [\mathbf{E}, \mathbf{B}]. \quad (21)$$

Если ток направлен по оси X, т.е.  $j_x = j$ ,  $j_y = j_z = 0$ , а магнитное поле - по оси Z, т.е.  $B_z = B$ , а  $B_x = B_y = 0$  (рис. 1), то уравнение (21) распадается на 2 скалярных уравнения

$$j_x = e(n\mu_{dn} + p\mu_{dp}) \cdot E_x + re(p\mu_{dp}^2 - n\mu_{dn}^2) \cdot BE_y = j, \quad (22)$$

$$j_y = e(n\mu_{dn} + p\mu_{dp}) \cdot E_y - re(p\mu_{dp}^2 - n\mu_{dn}^2) \cdot BE_x = 0. \quad (23)$$

Поскольку магнитное поле слабое, второе слагаемое в первом уравнении системы много меньше первого и, решая эти уравнения относительно  $E_y (=E_H)$ , в случае слабого магнитного поля получаем для напряженности поля Холла:

$$E_H = \frac{r}{e} \cdot \frac{p\mu_{dp}^2 - n\mu_{dn}^2}{(n\mu_{dn} + p\mu_{dp})^2} jB = R_H jB, \quad (24)$$

где коэффициент Холла для полупроводника с двумя типами носителя заряда

$$R_H = \frac{r}{e} \cdot \frac{p\mu_{dp}^2 - n\mu_{dn}^2}{(n\mu_{dn} + p\mu_{dp})^2} = \frac{r}{e} \cdot \frac{p - nb^2}{p + nb^2}. \quad (25)$$

Рассмотрим три частных случая.

1. Электронный полупроводник,

$$p = 0, R_H = -\frac{r}{en}, R_H < 0. \quad (26)$$

2. Дырочный полупроводник,

$$n = 0, R = \frac{r}{ep}, R_H > 0. \quad (27)$$

3. Собственный полупроводник.

$$p = n = n_i, R_H = \frac{r}{en_i} \cdot \frac{1-b}{1+b}, \quad (28)$$

где  $b = \frac{\mu_{dn}}{\mu_{dp}}$ . Обычно  $b > 1$ , поэтому в собственном полупроводнике  $R_H < 0$ .

Если  $b = 1$ , то  $R_H = 0$ , и эффект Холла отсутствует.

В области примесной проводимости  $\sigma_n = en\mu_{dn}$  или  $\sigma_p = ep\mu_{dp}$ . Тогда с учетом выражений (26) или (27)

$$\sigma |R| = r\mu_d = \mu_H, \quad (29)$$

где  $\mu_H$  - величина, имеющая размерность подвижности, и поэтому называемая холловской подвижностью. Холловская подвижность, определяющая угол Холла, пропорциональна дрейфовой и равна ей только при  $r=1$ , т.е. в случае, когда время релаксации не зависит от энергии ( $\tau = const$ ). Это имеет место у металлов и вырожденных полупроводников.

Совместные измерения проводимости и эффекта Холла позволяют определить концентрацию основных носителей и их холловскую подвижность  $\mu_H$ . Поэтому эффект Холла является одним из важнейших методов исследования полупроводников. Если известен механизм рассеяния, то по измеренному значению холловской подвижности можно найти дрейфовую подвижность. Подвижность электрона и дырки является одной из основных характеристик полупроводника, по которой можно судить о степени "загрязнения" материала неконтролируемыми примесями.

Поскольку  $n$  и  $p$  являются функциями температуры, то и постоянная Холла зависит от температуры. Рассмотрим температурную зависимость постоянной Холла (рис.2). Как следует из (26) и (27) в примесной области она непосредственно воспроизводит зависимость  $1/n$  (или  $1/p$ ) со всеми выводами относительно определения соответствующих величин. В области собственной проводимости согласно (28) коэффициент Холла также обратно пропорционален концентрации. В переходной области для анализа зависимости  $R_H(T)$  нужно пользоваться выражением (25).

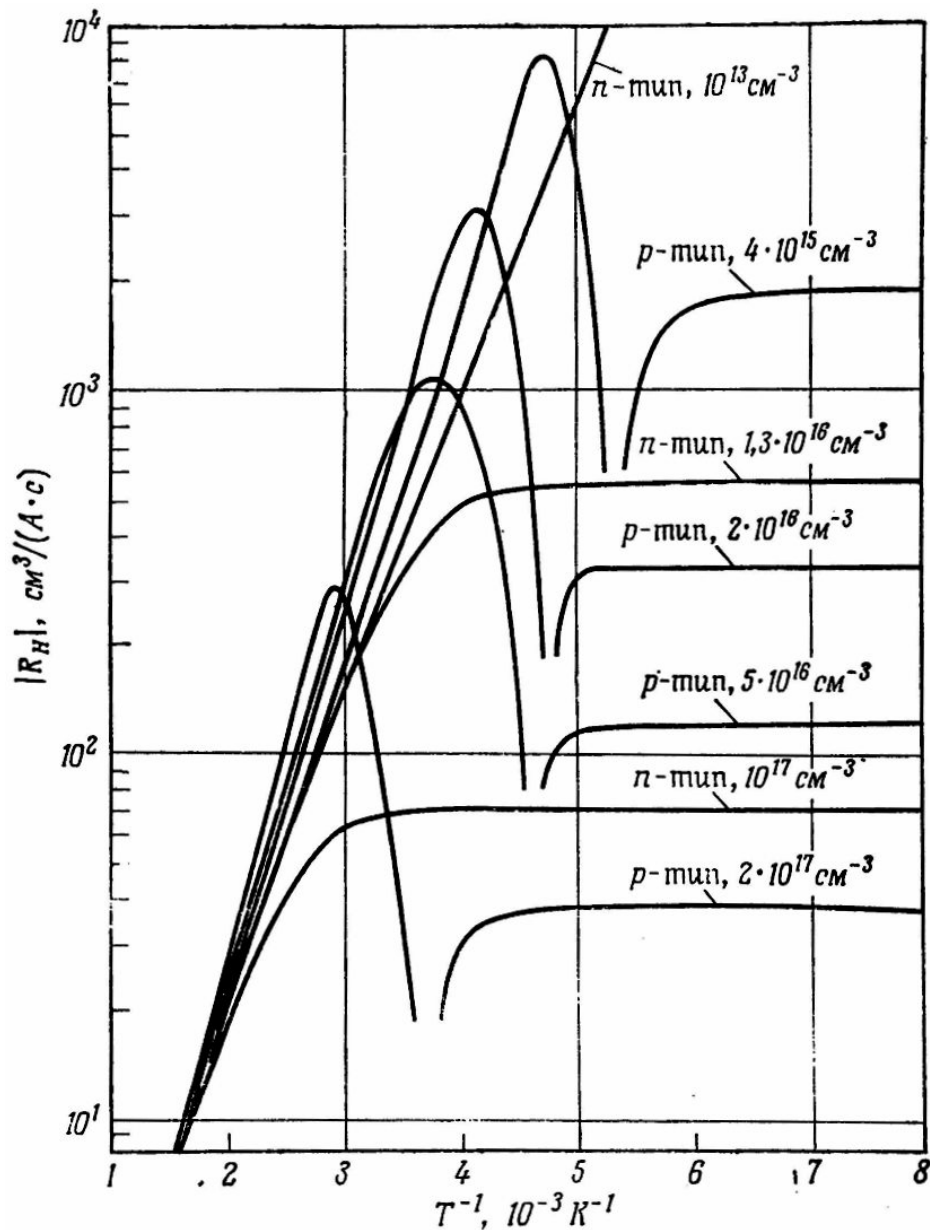


Рис. 2. Зависимость постоянной Холла для антимонида индия от обратной температуры

Различие вида кривых  $R_H^n$  и  $R_H^p$  обусловлено зависимостью поля Холла и знака коэффициента Холла от типа носителей. Для р-типа знак Холла положителен, для n-типа – отрицателен. В области собственной проводимости согласно (28) знак коэффициента Холла определяется носителями с большей подвижностью. Таким образом, при  $b > 1$  (подвижность электронов больше подвижности дырок) для полупроводника n-типа в любом случае коэффициент Холла отрицателен, а для полупроводника р-типа переход от примесной проводимости к собственной сопровождается сменой знака коэффициента Холла.

Магнитное поле приводит не только к появлению поля Холла, но и влияет на величину электропроводности. Дело в том, что поле Холла компенсирует действие магнитного поля в среднем, как если бы все носители заряда

двигались с одной и той же дрейфовой скоростью. Однако из-за разброса частиц по скоростям медленные частицы отклоняются в одну сторону, быстрые - в другую, в результате чего уменьшается длина свободного пробега и тех и других частиц в направлении поля, что приводит к увеличению сопротивления (магниторезистивный эффект).

При измерениях в суммарное напряжение кроме ЭДС Холла могут вносить вклад и другие гальвано- и термомагнитные эффекты. К таким побочным ЭДС относятся:

ЭДС неэквипотенциальности  $U_{IR}$ , которая возникает из-за несимметричного расположения зондов Холла (контакты 3 и 4 на рис.3);

ЭДС Эттингсгаузена  $U_E$  — термоЭДС в цепи зондов Холла, связанная с разностью температур на холловских гранях образца, обусловленной тем, что носители, скорость которых в скрещенных полях  $E_x$  и  $B_z$  отличается от средней, отклоняются к холловским граням, причем быстрые носители отдают энергию решетке полупроводника и нагревают одну холловскую грань образца, а медленные пополняют свою энергию за счет охлаждения решетки на другой холловской грани;

ЭДС Нернста  $U_N$ , отличающаяся от ЭДС Эттингсгаузена тем, что поток носителей обусловлен не электрическим полем  $E_x$ , а тепловым  $dT/dx$ , причем носители, движущиеся от «горячего» токового электрода к «холодному», имеют большую энергию по сравнению с носителями, движущимися в обратном направлении;

ЭДС Риги-Ледюка  $U_{RL}$ , отличающаяся от ЭДС Эттингсгаузена тем, что в данном случае подразумевается термомагнитный эффект — аналог эффекта Холла, в котором продольное температурное поле  $dT/dx$  приводит к появлению поперечного температурного поля  $dT/dy$  в скрещенном магнитном поле  $B_z$ .

## 2. Эффект Холла в сильных магнитных полях

Рассмотрим эффект Холла для случая классически сильного магнитного поля. Под сильным магнитным полем понимают поле, при котором длина свободного пробега частицы много больше радиуса ее круговой траектории или, как было показано ранее:

$$\frac{\tau\omega_c}{2\pi} = \frac{e\tau}{2\pi m^*} B = \frac{\mu B}{2\pi} \gg 1. \quad (30)$$

Пусть также выполняется условие  $\hbar\omega_c \ll kT$ , т.е. магнитное поле будет не настолько сильным, чтобы нарушалось классическое движение заряженной частицы. В этом случае можно не учитывать изменение энергетического спектра носителей из-за размерных эффектов.

В классически сильном магнитном поле характер движения носителей заряда существенно изменяется: в промежутке между столкновениями они уже не двигаются по почти прямолинейной траектории (как в случае слабых магнитных полей), а проходят ряд циклов либо винтовой линии, либо циклоиды, либо еще более сложной траектории.

Рассматривая движение носителей заряда в классически сильном магнитном поле, можно показать, что вместо времени релаксации появляется так называемое «эффективное» время релаксации:

$$\tau_{эф} = \tau / (1 + \tau^2 \omega_c^2). \quad (31)$$

Видно, что в слабом поле  $\tau_{эф} \approx \tau$ , а в классически сильном поле  $\tau_{эф} \ll \tau$  и в первом приближении перестает зависеть от скорости движения носителя заряда, а это означает, что  $r=1$ . Таким образом, для постоянной Холла и холловской подвижности получается, что  $R_H = -\frac{1}{en}$ ,  $R_H = \frac{1}{ep}$ ,  $\mu_H = \mu_d$ .

Измерения эффекта Холла в различных по силе магнитных полях дают возможность определять Холл-фактор; для этого находят отношение постоянных Холла  $R_H$ , полученных для одного и того же образца в слабом и сильном полях. В сочетании с методом термоЭДС можно определять эффективную плотность состояний в соответствующих зонах

### 3. Измерения эффекта Холла

#### 3.1 Измерения эффекта Холла на образце прямоугольной формы

Для измерения ЭДС Холла на образце прямоугольной формы используется образец, снабженный пятью контактами (рис. 3). Контакты 1 и 2 служат для пропускания тока через образец, 3 и 4 - для измерения ЭДС Холла, 4 и 5 - для измерения проводимости:

$$\sigma = \frac{d_{45}}{S} \cdot \frac{I}{U_{45}}, \quad (32)$$

где  $d_{45}$  - расстояние между зондами 4 и 5,  $S$  - площадь поперечного сечения образца.

При измерении ЭДС Холла одновременно измеряется посторонняя ЭДС, возникающая вследствие побочных гальваномагнитных и термомагнитных эффектов. Измеренная ЭДС состоит из следующих частей:

$$U_{34} = U_H + U_E + U_N + U_{RL} + U_{IR}, \quad (33)$$

где  $U_H$  - ЭДС Холла,  $U_N$  - ЭДС Нернста,  $U_E, U_{RL}$  - термоЭДС, возникающие благодаря эффектам Эттингсгаузена и Риги-Ледюка,  $U_{IR}$  - ЭДС, возникающая из-за неэквипотенциального расположения зондов.

Знак каждой ЭДС зависит от направления тока и магнитного поля. Тогда при разных направлениях тока и магнитного поля будем иметь:

$$\begin{array}{l} +B \quad +I \quad U_1 = +U_H + U_E + U_N + U_{RL} + U_{IR} \\ +B \quad -I \quad U_2 = -U_H - U_E + U_N + U_{RL} - U_{IR} \\ -B \quad +I \quad U_3 = -U_H - U_E - U_N - U_{RL} + U_{IR} \\ -B \quad -I \quad U_4 = +U_H + U_E - U_N - U_{RL} - U_{IR} \end{array} \quad (34)$$

Из уравнений (34)

$$U_H + U_E = \frac{U_1 - U_2 - U_3 + U_4}{4}. \quad (35)$$

Обычно  $U_H \gg U_E$ , поэтому  $U_E$  можно пренебречь. Таким образом, для исключения побочных эффектов при каждом значении магнитного поля и тока производятся измерения при разных направлениях  $I$  и  $B$  с учетом знака.

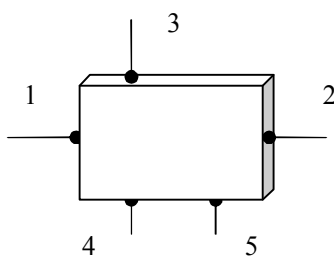


Рис. 3. Схема измерения эффекта Холла на образце прямоугольной формы

### 3.2. Измерения на плоском образце произвольной формы (метод Ван-дер-Пау)

Не всегда удается получить образец правильной прямоугольной формы. Ван-дер-Пау был предложен метод измерения удельного сопротивления и коэффициента Холла, пригодный для измерения плоскопараллельных образцов любой конфигурации, снабженных по периферии четырьмя точечными омическими и низкоомными контактами. Для реализации того метода требуются однородные по толщине  $d$  образцы, имеющие четыре точечных омических контакта, расположенных по периметру на боковой поверхности пластины (рис. 4).

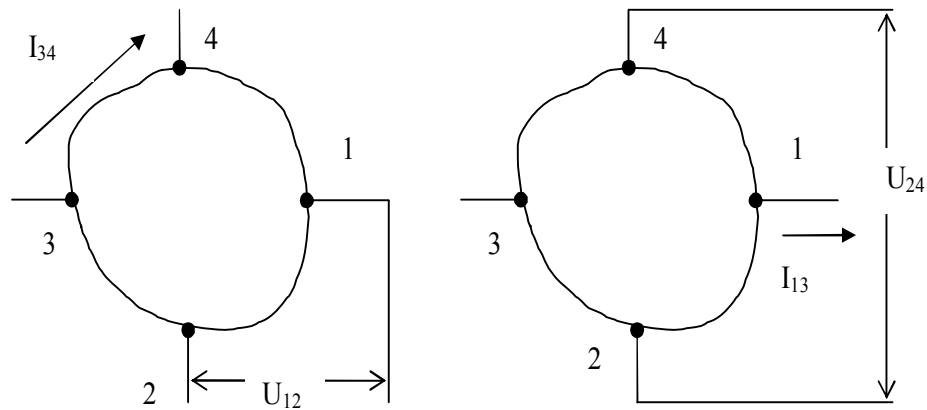


Рис. 4. Схемы измерения эффекта Холла методом Ван-дер-Пау на образце произвольной формы: а – измерение удельного сопротивления, б – измерение коэффициента Холла

Основная особенность метода Ван-дер-Пау заключается в способе измерения удельного электрического сопротивления. Ток пропускается через два соседних контакта, а разность потенциалов измеряется между двумя другими.

Для определения удельного сопротивления  $\rho$  необходимо измерить два сопротивления  $R_{12,34} = U_{34}/I_{12}$  и  $R_{14,23} = U_{23}/I_{14}$  (индексы соответствуют номерам контактов). Полученное Ван-дер-Пау выражение для  $\rho$  имеет вид:

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \cdot \frac{R_{12,34} + R_{14,23}}{2} \cdot f\left(\frac{R_{12,34}}{R_{14,23}}\right), \quad (36)$$

где  $f$  - поправочный коэффициент. Функция  $f$  приведена в таблице 1, из которой видно, что она мало меняется при изменении отношения  $R_{12,34}/R_{14,23}$  на несколько порядков.

Таблица 1. Значения поправочного коэффициента  $f$ .

$R_{12,34}/R_{14,23}$	1	2	5	10	20	50	100	200	500	1000
$f$	1	0,961	0,822	0,699	0,589	0,472	0,404	0,350	0,296	0,264

Коэффициент Холла определяется выражением:

$$R_H = \Delta R_{13,24} \cdot \frac{d}{B}, \quad (37)$$

где  $\Delta R_{13,24} = \frac{\Delta U_{24}}{I_{13}}$  - изменения сопротивления  $R_{13,24}$ ,  $\Delta U_{24}$  - изменения напряжения  $U_{24}$ , вызванные магнитным полем,  $d$  - размер образца в направлении магнитного поля. Если напряжение измерять в Вольтах, ток - в Амперах, толщину – в сантиметрах, индукцию – в Гауссах, а  $R_H$  - в  $см^3/Кл$ , то выражение (31) с учетом системы единиц примет вид:

$$R_H \left[ \frac{см^3}{Кл} \right] = \frac{\Delta U_{24} [В]}{I_{13} [А]} \cdot \frac{d [см]}{B [Гс]} \cdot 10^8. \quad (38)$$

Множитель в правой части появляется при использовании системы СГС. Соответственно холловская подвижность определяется из выражения:

$$\mu_H = \frac{R_H}{\rho}. \quad (39)$$



## 4. Методика измерений

В работе предлагается определить постоянную Холла, концентрацию, тип и подвижность носителей заряда. Для этого необходимо выполнить измерения следующих величин: напряжения проводимости и напряжения Холла  $U_H$  при заданных значениях тока  $I$ , протекающего через образец, и индукции магнитного поля  $B$ .

Работа по изучению эффекта Холла выполняется на автоматизированной установке Nanometrics HL5500. Установка позволяет проводить измерения сопротивления и эффекта Холла на образцах со слоевым сопротивлением  $0,1 - 10^{11}$  Ом/кв, концентраций носителей заряда  $10^7 - 10^{20}$  см<sup>-3</sup>, подвижностью носителей заряда  $0,1 - 10^6$  см<sup>2</sup>/В·с.

Установка включает в себя источник тока с широким диапазоном регулировки генерируемого тока (от 1 пА до 20 мА), вольтметр – электрометр с большим входным сопротивлением, постоянный магнит (величина магнитной индукции между полюсами 5170 Гс).

Перед проведением измерения сопротивления исследуемого образца и напряжения Холла необходимо выбрать величину пропускаемого через образец тока. Регистрация величин напряжений, коммутация контактов (рис. 4), измерение направления протекания тока через образец и изменение полярности магнитного поля проводятся автоматически.

После фиксации образца контактными прижимами и закрытия крышки корпуса установки необходимо запустить управляющую программу автоматизированной установки с помощью ярлыка «HL5500 Hall» на рабочем столе управляющего компьютера.

После окончания калибровки положения магнита измерительной установки необходимо приступить к выбору тока, пропускаемого через исследуемый образец. Для этого в выпадающем меню в пункте Configure (Конфигурация) необходимо выбрать пункт Measurement (Измерение), после чего появится окно настройки параметров измерения. Во вкладке Current (Ток) появившегося окна можно задать величину тока, пропускаемого через образец (рис. 5). Для этого нужно выбрать порядок величины задаваемого тока (рА, пА, мА или mA) и ввести необходимое значение. Выбор величины тока через образец также может быть проведен автоматически. Для этого в поле Auto вкладки Current необходимо сначала задать величину максимального падения напряжения на потенциальных контактах, используемых для измерения сопротивления образца. Задаваемое падение напряжения должно находиться в диапазоне 4 – 200 мВ. Далее необходимо выбрать порядок величины задаваемого тока, ввести начальное значение (например, 1 мкА) и нажать кнопку Set (Установка). Управляющая программа начнет уменьшение или увеличение первоначально введенного значения тока до тех пор, пока падение напряжения на потенциальных контактах образца не достигнет заданного значения. Полученное значение тока будет использоваться для проведения измерений сопротивления образца и эффекта Холла.

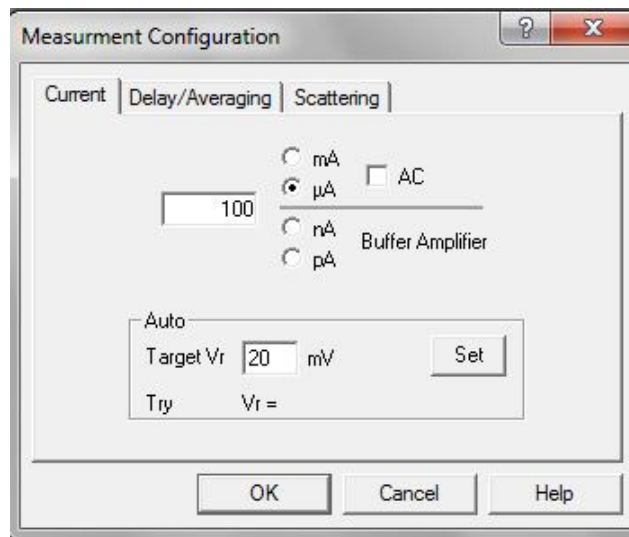


Рис. 5. Окно выбора величины тока, пропускаемого через исследуемый образец

После выбора тока необходимо провести проверку омичности контактов к исследуемому образцу. Для этого в выпадающем меню пункта Measure (Измерить) необходимо выбрать пункт IV Curve. Будут проведены измерения вольтамперных характеристик (ВАХ) образца на контактах 12 и 34 (рис. 4), т.е. пропускание через контакты тока величиной от 0 до выбранного ранее значения и регистрация падения напряжения. Результирующие ВАХ будут отображены в появившемся окне. Считается, что контакты являются омичными в случае линейной ВАХ.

Для проведения измерений сопротивления исследуемого образца необходимо выбрать пункт Resistivity (Удельное сопротивление) в меню пункта Measure (Измерить).

После выбора пункта Resistivity установка проведет измерение падения напряжения на контактах 43, 41, 21, 23 при пропускании заданного тока через контакты 21, 23, 43 и 41, соответственно (рис. 4), для двух направлений тока через указанные контакты. Полученные значения падения напряжения в Вольтах будут отображены в появившемся окне (рис. 6). Для расчета сопротивления образца, согласно методу Ван-дер-Пау, необходимо взять значения падения напряжения с двух пар контактов, имеющих общий контакт. Например, напряжение на контактах 21, 23 или 43, 41. Удельное сопротивление образца или его слоиное сопротивление (если неизвестна толщина образца) рассчитывается по формуле (36). Для увеличения точности измерения сопротивления образца, в частности для учета его анизотропии, нужно вычислить среднее значение от сопротивлений, полученных для двух пар контактов и двух направлений протекания тока.

Для проведения измерения эффекта Холла в исследуемом образце необходимо выбрать пункт Hall (Холл) в меню пункта Measure (Измерить). После выбора пункта Hall установка проведет измерение напряжения на холловских контактах 24 и 13 (рис. 4) для двух направлений протекания тока и двух направлений магнитного поля. Полученные значения напряжения в Вольтах будут отображены в появившемся окне (рис. 7). В этом окне

символами +++ и --- отмечены столбцы с напряжением на холловских контактах, полученным при различном направлении тока через образец. Соответствующие значения напряжения на холловских контактах указаны в строках V-hall North (напряжение для одного направления магнитного поля) и V-hall South (напряжение для противоположного направления магнитного поля). Следует обратить внимание на то, что значения напряжения на холловских контактах (т.е. контактах 24 и 13, рис. 4), указанные в строках V-hall North и V-hall South не являются напряжением Холла (т.е.  $\Delta U_{24}$ , формула (34)), вызванным действием магнитного поля на образец. Значения V-hall North и V-hall South также включают напряжение на холловских контактах без внешнего магнитного поля. Для определения напряжения Холла, т.е. изменения напряжения  $U_{24}$  и  $U_{13}$ , вызванные магнитным полем напряженностью 5170 Гс, необходимо взять половину разности значений напряжений V-hall North и V-hall South. Полученные значения будут являться величинами  $\Delta U_{24}$  (или  $\Delta U_{13}$ ) в формуле (38). Далее по формуле (38) рассчитывается коэффициент Холла. Для более точного определения коэффициента Холла необходимо вычислить среднее значение от величин коэффициента Холла, полученных для различных направлений тока и различных пар контактов (21 и 13).

Meas	+++	Vm	---	Sym	Factor	Sheet-R
43	+2.026e-02		-2.023e-02	1.37	0.99	1.077e+04
41	+2.769e-02		-2.765e-02	1.37	0.99	1.077e+04
21	+2.019e-02		-2.030e-02	1.37	0.99	1.077e+04
23	+2.761e-02		-2.773e-02	1.37	0.99	1.077e+04

Рис. 6. Окно значений напряжения на потенциальных контактах при измерении сопротивления образца

Measure	+++	24	---	+++	13	---
Misalignment	-7.51e-03		+7.32e-03	+7.44e-03		-7.42e-03
Offset applied		+7.33e-03			-7.33e-03	
V-hall North	-2.02e-04		-1.80e-05	+1.23e-04		-1.46e-04
V-hall South	-2.22e-04		+6.41e-06	+1.04e-04		-1.25e-04
V-hall [mean]		+1.12e-05		+1.02e-05		

1 +1.07e-05

Stop this cycle

б

Рис. 7. Окно значений напряжения на холловских контактах при измерении эффекта Холла

При определении  $\Delta U_{24}$  и  $\Delta U_{13}$  нужно из напряжения V-hall North вычитать напряжение V-hall South. Получившийся после вычисления по формуле (38) знак коэффициента Холла (с учетом знака пропускаемого тока) позволяет определить тип основных носителей в образце. В случае отрицательного знака коэффициента Холла образец является полупроводником *n*-типа, в случае положительного знака полупроводником *p*-типа. Зная коэффициент Холла и

удельное сопротивление, используя выражение (35), можно найти холловскую подвижность носителей заряда.

## 5. Задание

1. Измерить сопротивление и ЭДС Холла на образце произвольной формы методом Ван-дер-Пау при нескольких значениях тока.
2. Проверить пропорциональность ЭДС Холла току через образец. Построить график.
3. Рассчитать  $\rho$ ,  $R_H$ ,  $\mu$ , и  $n$  при нескольких значениях  $I$ , воспользовавшись выражениями (36), (38), (39), (26) - (28). Сделать вывод о типе носителей заряда.
4. Сделать вывод о характере магнитного поля (сильное или слабое).

## 6. Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с описанием лабораторной установки. Получить разрешение на выполнение измерений у преподавателя или инженера. Поместить исследуемый образец на площадку для образца. Расположить проволочные контактные прижимы на контактах образца. Закрывать крышку корпуса установки. Запустить управляющую программу автоматизированной установки.

2. Выбрать ток  $I$ , пропускаемый через образец. Проверить омичность контактов.

3. Провести измерения удельного сопротивления исследуемого образца. Для этого измерить напряжения на образце в отсутствие магнитного поля для различных значений пропускаемого тока. Результаты измерений внести в таблицу 2.

4. Провести измерения напряжения Холла для различных значений пропускаемого тока. Значения напряжения на холловских контактах внести в таблицу 3.

5. Произвести расчеты, указанные в задании. Оформить отчет по работе.

Таблица 2. Таблица полученных экспериментальных значений напряжения

		$I_{21,}$			$I_{23}$			$I_{43}$			$I_{41}$		
Ток через образец													
		$U_{43}$			$U_{41}$			$U_{21}$			$U_{23}$		
В=0	+I												
	-I												
	+I												
	-I												

Таблица 3. Таблица полученных экспериментальных значений напряжения Холла

		$I_{13}$			$I_{24}$		
Ток через образец							
		$U_{24,}$			$U_{13}$		
-В	+I						
	-I						
+В	+I						
	-I						

## 7. Контрольные вопросы

1. Что означают термины слабое магнитное поле, сильное магнитное поле.
2. Общая характеристика гальваномагнитных явлений. Механизм возникновения эффекта Холла. Эффект Холла в полупроводнике с одним сортом носителей. Как определить знак основных носителей из измерений эффекта Холла?
3. Какими физическими величинами определяется ЭДС Холла? Объясните зависимость ЭДС Холла от величины индукции магнитного поля.
4. Каким образом механизмы рассеяния влияют на величину постоянной Холла. В каком случае холловская и дрейфовая подвижности равны.
5. Эффект Холла в полупроводнике с двумя сортами носителей. Выведите формулу для постоянной Холла в случае биполярной проводимости.
6. Нарисуйте и объясните зависимость постоянной Холла от температуры. При каких условиях наблюдается разрыв на зависимости  $\lg R_H(T)$ .
7. Какую информацию о полупроводнике можно получить из совместных измерений электропроводности и эффекта Холла? Какую информацию можно получить при исследовании эффекта Холла в классически сильных магнитных полях?
8. Методика измерений эффекта Холла на образце прямоугольной формы. ЭДС побочных эффектов, их учет при измерении холловского напряжения.
9. Методика измерений эффекта Холла на плоском образце произвольной формы (метод Ван-дер-Пау).

## Литература

1. Шалимова К. В. Физика полупроводников. - М.: Энергоатомиздат, 1985 - 392 с.
2. Зеегер К. Физика полупроводников. - М.: Мир, 1977 – 615 с.
3. Кучис Е. В. Гальваномагнитные эффекты и методы их исследования. - М.: Радио и связь, 1990 – 264 с.
4. Бонч-Бруевич В. Ш., Калашников С. Г. Физика полупроводников. - М.: Наука, 1990 – 678 с.

