

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
**Национальный исследовательский Нижегородский государственный  
университет им. Н.И. Лобачевского**

# **ФИЗИЧЕСКИЙ МАЯТНИК**

Практикум

Рекомендовано методической комиссией радиофизического факультета  
для студентов ННГУ, обучающихся по направлению подготовки  
03.03.03 Радиофизика

Нижегород  
2019

УДК 539.1  
ББК 22.213  
Ф-50

Ф-50 ФИЗИЧЕСКИЙ МАЯТНИК: Составители: Бакунов М. И., Царев М. В. Практикум. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2019. – 6 с.

Рецензент: доктор физ.-мат. наук, доцент **О. И. Канаков**

В лабораторной работе исследуются колебания физического маятника.  
Практикум предназначен для студентов первого курса радиофизического факультета ННГУ.

Ответственные за выпуск:  
председатель методической комиссии радиофизического факультета ННГУ,  
к.ф.-м.н., доцент **Н. Д. Миловский**  
зам.председателя методической комиссии радиофизического факультета ННГУ,  
д.ф.-м.н., профессор **Е. З. Грибова**

УДК 539.1

## Введение

*Физический маятник* – это твердое тело, совершающее колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси под действием силы тяжести. В данной лабораторной работе исследуется зависимость периода колебаний физического маятника от расстояния между его центром масс и точкой подвеса.

## Теоретическая часть

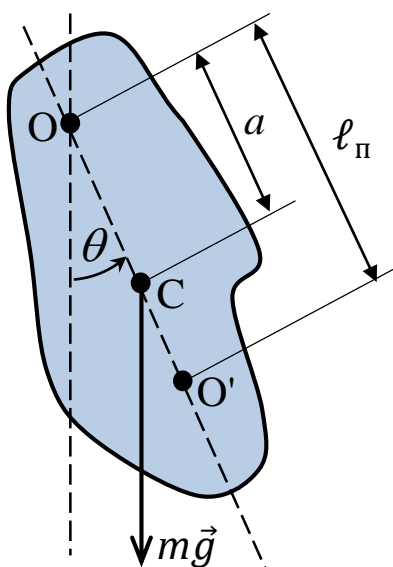


Рис. 1. Физический маятник

Рассмотрим твердое тело произвольной формы, совершающее колебания в поле тяжести вокруг горизонтальной оси  $O$  (рис. 1). Запишем уравнение вращательного движения тела в виде

$$I\ddot{\theta} = -mga \sin \theta, \quad (1)$$

где  $I$  – момент инерции тела относительно оси  $O$ ,  $m$  – масса тела,  $a$  – расстояние от оси до центра масс  $C$ ,  $\theta$  – угол отклонения прямой  $OC$  от вертикали. При малых углах отклонения ( $\theta \ll 1$ ) можно положить  $\sin \theta \approx \theta$  и свести уравнение (1) к уравнению гармонического осциллятора

$$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0 \quad (2)$$

с собственной (круговой) частотой  $\omega = \sqrt{mga/I}$ . Решением данного уравнения является функция вида

$$\theta = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (3)$$

описывающая гармонические колебания. Амплитуда  $A$  и начальная фаза  $\varphi$  колебаний определяются начальными условиями. Период колебаний  $T$  находится по формуле

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}. \quad (4)$$

Входящий в формулу (4) момент инерции  $I$  относительно оси  $O$  можно выразить по теореме Гюйгенса-Штейнера через момент инерции  $I_c$  относительно оси, проходящей через центр масс  $C$ , как

$$I = I_c + ma^2. \quad (5)$$

Подставляя формулу (5) в формулу (4), находим зависимость периода колебаний физического маятника от расстояния  $a$ :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_c}{mga} + \frac{a}{g}}. \quad (6)$$

Зависимость  $T(a)$  исследуется далее экспериментально.

*Приведенной длиной* физического маятника  $\ell_{\text{п}}$  называется длина такого математического маятника, период колебаний которого равен периоду колебаний физического маятника. Сравнивая формулы (4) и (6) с формулой для периода математического маятника  $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ , получаем

$$\ell_{\text{п}} = \frac{I}{ma} = a + \frac{I_c}{ma}. \quad (7)$$

Точка  $O'$ , лежащая на прямой  $OC$  на расстоянии  $\ell_{\text{п}}$  от оси вращения (рис. 1), называется *центром качания*. Точки  $O$  и  $O'$  являются *сопряженными*: если физический маятник подвесить в точке  $O'$ , то новым центром качания станет точка  $O$ , а период колебаний маятника не изменится (теорема Гюйгенса).

## Экспериментальная установка

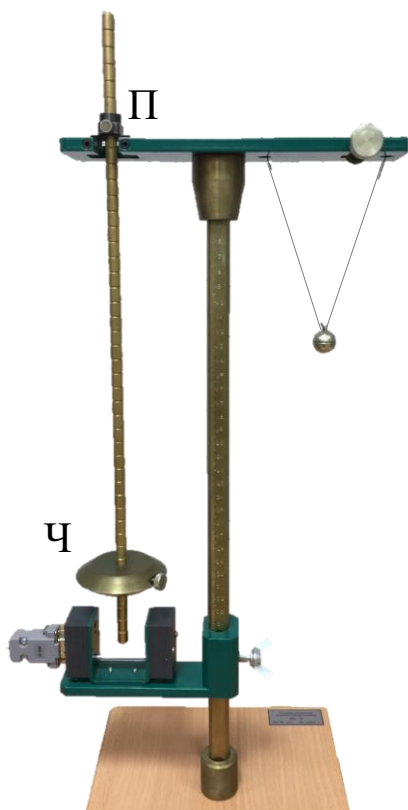


Рис. 2. Экспериментальная установка

В экспериментальной установке используется физический маятник в виде стержня, на котором с помощью фиксирующих винтов закрепляют в выбранных точках треугольную призму-опору ( $\Pi$ ) и утяжеляющий груз (чечевицу  $\text{Ч}$ ) (рис. 2). Маятник подвешивается на вертикальной стойке, установленной на массивной подставке. Для этого на стойке имеется горизонтальная платформа, на которую опирается закрепленная на стержне призма. Ребро призмы является осью вращения маятника. На стержне маятника с интервалом в 1 см сделаны кольцевые насечки для измерения расстояний.

К горизонтальной платформе также подвешен с помощью двух нитей массивный шарик, выполняющий роль математического маятника. На вертикальной стойке закрепляется кронштейн с фотоэлектрическим датчиком, отмечающим прохождение маятником (стержнем или шариком) вертикального положения. Электронное устройство подсчитывает число полных циклов колебаний,

совершенных с момента нажатия кнопки «ПУСК» до нажатия кнопки «СТОП», и измеряет общее время этих циклов. При изменении длины маятника кронштейн необходимо передвинуть так, чтобы маятник оказался в рабочей зоне датчика.

## Порядок проведения эксперимента

1. Закрепить чечевицу Ч на небольшом (3-5 см) расстоянии от одного из концов стержня (записать это расстояние). Перемещая вдоль стержня призму П, подобрать такое ее положение, при котором маятник оказывается в состоянии безразличного равновесия. При этом центр масс маятника находится на оси вращения ( $a = 0$ ). Измерить расстояние от конца стержня до центра масс.

2. Увеличивая расстояние  $a$  от точки подвеса до центра масс путем перемещения призмы П, измерить зависимость периода колебаний  $T$  от  $a$  и построить график  $T^2(a)$ . (Для нахождения  $a$  измерить расстояние от конца стержня до ребра призмы П и вычесть из него найденное в п. 1 расстояние до центра масс.)

3. По полученному графику найти расстояние  $a = a_{\min}$ , при котором период колебаний маятника минимален. По наклону асимптоты к графику при  $a \gg a_{\min}$  рассчитать ускорение свободного падения  $g$ .

4. Подвесить маятник так, чтобы период колебаний был минимальным ( $a = a_{\min}$ ). Подобрать длину математического маятника такой, чтобы периоды колебаний двух маятников совпали. Сравнить найденную таким образом приведенную длину с  $a_{\min}$ .

## Контрольные вопросы

1. Доказать, что суммарный момент распределенной по объему физического маятника силы тяжести равен моменту суммарной силы тяжести, приложенной к центру масс маятника.

2. Доказать сопряженность точек О и О' (теорему Гюйгенса).

3. Получить из формулы (6) выражение для  $a_{\min}$  через  $I_c$  и  $m$ .

4. Получить теоретически, чему равно отношение  $\ell_{\text{п}}/a$  при  $a = a_{\min}$ .

5. Получить формулу для расчета ускорения свободного падения  $g$  без использования графика  $T^2(a)$  – по данным измерений  $T$  при двух значениях  $a$ . Какие значения  $a$  следует брать для получения наибольшей точности расчета?

## Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. I. Механика. 6-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. I. Механика, молекулярная физика. М: Наука, 1977.

# **ФИЗИЧЕСКИЙ МАЯТНИК**

Составители:

Михаил Иванович Бакунов  
Максим Владимирович Царев

*Практикум*

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования "Национальный исследовательский Нижегородский  
государственный университет им. Н.И. Лобачевского"  
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.