

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ**

**Государственное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования  
«Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

**Д.В. Хомицкий**

**Расчёт энергетических зон, спиновой  
поляризации и транспорта  
в наноструктурах со спин-орбитальным  
взаимодействием**

Методические указания к лабораторной работе

Рекомендовано методической комиссией физического факультета для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 010700 «Физика» и 210600 «Нанотехнология»

Нижегород  
2006

УДК 538.913

ББК В379.1

X-76

X-76 Хомицкий Д.В. РАСЧЁТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЗОН, СПИНОВОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ И ТРАНСПОРТА В НАНОСТРУКТУРАХ СО СПИН-ОРБИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ: Методические указания к лабораторной работе. – Нижний Новгород: Издательство Нижегородского государственного университета, 2006. – 17 с.

Рецензент: профессор А.А. Ежевский

Описание лабораторной работы содержит теоретическое введение и задачи для самостоятельного исследования студентами по расчету энергетических зон, спиновой поляризации и транспорта в наноструктурах со спин-орбитальным взаимодействием Рашбы и Дрессельхауза. Пособие предназначено для использования в рамках курсов «Вычислительная физика», «Дополнительные главы квантовой механики», «Методы математического моделирования», «Дополнительные главы физики твердого тела», «Спинтроника», читающихся студентам высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 010700 «Физика» и 210600 «Нанотехнология».

УДК 538.913

ББК В379.1

© Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского, 2006

# I. Теоретическое введение

## Глава 1. Квантовые состояния частицы со спин-орбитальным взаимодействием Рашбы и Дрессельхауза

### 1.1. Различные вклады в спин-орбитальное взаимодействие

Спин-орбитальное (СО) взаимодействие, возникающее при наличии пространственной неоднородности потенциальной энергии  $V(\mathbf{r})$  и, как следствие, электрического поля  $-\nabla V(\mathbf{r})$ , описывается вкладом  $\hat{H}_{SO}$  в гамильтониан частицы вида [1]

$$\hat{H}_{SO} = \frac{1}{4m_0^2 c^2} [\nabla U, \hat{\mathbf{p}}] \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \quad (1)$$

где  $m_0$  - масса свободной частицы,  $\hat{\mathbf{p}}$  - оператор импульса, а оператор  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  понимается как вектор  $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$  с компонентами, являющимися матрицами Паули [1]. В системе единиц, принятой в написании формулы (1) и далее по тексту, мы принимаем значение постоянной Планка  $\hbar = 1$ .

Если неоднородность потенциальной энергии обусловлена скачками параметров образца вблизи его границ, такими, как гетеропереход в полупроводниковой структуре [2], то такая асимметрия называется структурной и обозначается SIA (Structure Inversion Asymmetry). При этом в СО взаимодействии доминирует вклад, называемый гамильтонианом Рашбы (Э.И. Рашба, 1960) [3], которое при направлении  $\nabla V(\mathbf{r})$  вдоль оси  $Oz$  имеет следующий вид:

$$\hat{H}_R = \alpha (\hat{\sigma}_x \hat{p}_y - \hat{\sigma}_y \hat{p}_x). \quad (2)$$

Константа  $\alpha$  в формуле (2), называемая параметром Рашбы, определяет величину вклада данного типа СО взаимодействия и в типичных полупроводниковых структурах имеет значение в пределах  $(1 \dots 5) \cdot 10^{-9} \text{ eV} \cdot \text{cm}$ . Поскольку своим происхождением вклад Рашбы в СО взаимодействие обязан внешней асимметрии структуры, величина параметра  $\alpha$  может меняться при изменении внешнего электрического поля в пределах 50% от первоначального значения [4].

Другой вклад в СО взаимодействие может дать внутренняя асимметрия расположения атомов в объёме полупроводниковой структуры, когда кристалл не имеет центра инверсии. Наличие такой асимметрии, обозначаемой как ВИА (Bulk Inversion Asymmetry), соответствует слагаемому Дрессельхауза (G. Dresselhaus, 1955) в гамильтониане, имеющим следующий вид [5]:

$$\hat{H}_D = \beta(\hat{\sigma}_x \hat{p}_x - \hat{\sigma}_y \hat{p}_y). \quad (3)$$

Параметр  $\beta$ , определяющий величину этого вклада, называют параметром Дрессельхауза. В большинстве исследуемых полупроводниковых наноструктур относительная величина отношения двух вкладов  $\alpha/\beta \sim 1.5 \dots 2.2$ . Подобный интервал параметров СО взаимодействия был, в частности, получен в недавних экспериментах по измерению фототока в квантовых ямах InAs/AlGaSb [6].

## 1.2. Нахождение энергии и собственных функций

В общем случае вклады Рашбы (2) и Дрессельхауза (3) в СО взаимодействие одновременно присутствуют в гамильтониане для частицы в данной полупроводниковой структуре. Если кинетическая энергия определяется параболическим законом с эффективной массой  $m$ , а потенциальная энергия постоянна, то квантовые состояния частицы со спин-орбитальным взаимодействием описываются гамильтонианом

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \alpha(\hat{\sigma}_x \hat{p}_y - \hat{\sigma}_y \hat{p}_x) + \beta(\hat{\sigma}_x \hat{p}_x - \hat{\sigma}_y \hat{p}_y). \quad (4)$$

Будем решать стационарное уравнение Шрёдингера  $\hat{H}\Psi = E\Psi$  с гамильтонианом (4). Поскольку в гамильтониан входят матрицы Паули, являющиеся матрицами второго порядка, волновая функция должна быть двухкомпонентным спинором, описывающим частицу со спином 1/2 [1]. Можно видеть, что гамильтониан (4) содержит линейные и квадратичные по импульсу слагаемые. Собственными функциями таких операторов, как известно, являются плоские волны. Мы будем поэтому искать решение стационарного уравнения Шрёдингера в виде произведения плоской волны на неизвестный двухкомпонентный спинор:

$$\Psi = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Подставляя функцию (5) в стационарное уравнение Шрёдингера с гамильтонианом (4), мы получаем систему двух линейных однородных уравнений на компоненты спинора  $c_{1,2}$ :

$$\begin{cases} \left( \frac{k^2}{2m} - E \right) c_1 + z c_2 = 0 \\ z^* c_1 + \left( \frac{k^2}{2m} - E \right) c_2 = 0, \end{cases} \quad (6)$$

где  $z = \alpha(k_y + ik_x) + \beta(k_x + ik_y)$ . Условие равенства нулю определителя системы (6) позволяет найти энергетический спектр:

$$E_\lambda(\mathbf{k}) = \frac{k^2}{2m} + \lambda \sqrt{(\alpha k_y + \beta k_x)^2 + (\alpha k_x + \beta k_y)^2}, \quad \lambda = \pm 1. \quad (7)$$

После этого можно найти компоненты спинора  $c_{1,2}$ , т.е. волновую функцию, которая имеет вид:

$$\Psi_{\lambda\mathbf{k}} = \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda e^{i\theta(\mathbf{k})} \end{pmatrix}, \quad \theta(\mathbf{k}) = \text{Arg}[\alpha k_y + \beta k_x - i(\alpha k_x + \beta k_y)],$$

где  $\lambda = \pm 1$ . (8)

Таким образом, энергетический спектр (7) и волновые функции (8) гамильтониана (4) характеризуются набором квантовых чисел  $(\lambda, \mathbf{k})$ . Волновой вектор, или импульс, здесь описывает плоскую волну так же, как и в отсутствие спин-орбитального взаимодействия. Новым является дискретное квантовое число  $\lambda = \pm 1$ , соответствующее двум ветвям исходного параболического спектра, расщеплённых СО взаимодействием. Действительно, из (7) легко видеть, что в отсутствие СО взаимодействия, т.е. при  $\alpha = \beta = 0$ , мы получим простой параболический закон дисперсии.

Одним из наиболее важных вопросов, возникающих при рассмотрении систем с учётом спина, является задача о распределении спинов в пространстве квантовых чисел. Таким пространством в нашем случае является плоскость  $(k_x, k_y)$  импульсов двумерного электронного газа, на которой можно построить распределения спинов для каждой ветви спектра (7) с  $\lambda = \pm 1$ .

Каждой точке  $(k_x, k_y)$  отвечает набор средних значений проекций спина  $i = x, y, z$  в данном квантовом состоянии:

$$\sigma_i(\lambda, \mathbf{k}) = \langle \Psi_{\lambda\mathbf{k}} | \hat{\sigma}_i | \Psi_{\lambda\mathbf{k}} \rangle. \quad (9)$$

Подставляя в выражение (9) волновую функцию (8), мы получаем, что  $\sigma_z = 0$  тождественно для любых значений  $(\lambda, \mathbf{k})$ , т.е. спины поляризованы в плоскости двумерного электронного газа. Компоненты же проекций спинов в плоскости  $(k_x, k_y)$  образуют векторное поле со следующей структурой:

$$\vec{\sigma}_{\lambda\mathbf{k}} = (\sigma_x, \sigma_y) = \lambda(\cos \theta, \sin \theta), \quad (10)$$

где фаза  $\theta(\mathbf{k})$  определяется в (8).

### 1.3. Структура энергетического спектра и спиновой поляризации

Рассмотрим вначале случай, когда СО взаимодействие определяется только слагаемым Рашбы, т.е.  $\beta = 0$ , а  $\alpha = 3 \cdot 10^{-9} \text{ eV} \cdot \text{cm}$  и эффективная масса  $m = 0.067m_0$ . Из общего выражения (7) для энергии мы получаем, что

$$E_R(\lambda, \mathbf{k}) = \frac{k^2}{2m} + \lambda k, \quad \lambda = \pm 1. \quad (11)$$

Структура закона дисперсии (11) в зависимости от волнового вектора  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$  приведена на Рис.1 для обеих ветвей спектра  $\lambda = \pm 1$ . Половина спектра при этом удалена для наглядности восприятия строения дисперсионных кривых. Внешняя (нижняя) ветвь спектра на Рис.1 соответствует  $\lambda = -1$ , а внутренняя (верхняя) ветвь описывается выражением (11) с  $\lambda = 1$ .

Значения спиновых проекций для гамильтониана Рашбы определяются выражением (10) с фазой  $\theta(\mathbf{k})$  из (8). Полученная схематическая картина векторного поля  $\vec{\sigma}_{\lambda\mathbf{k}} = (\sigma_x, \sigma_y)$  приведена на Рис.2. Видно, что для обеих ветвей спектра с  $\lambda = \pm 1$  распределения спинов имеют вид однородных вихрей с противоположным направлением вращения.

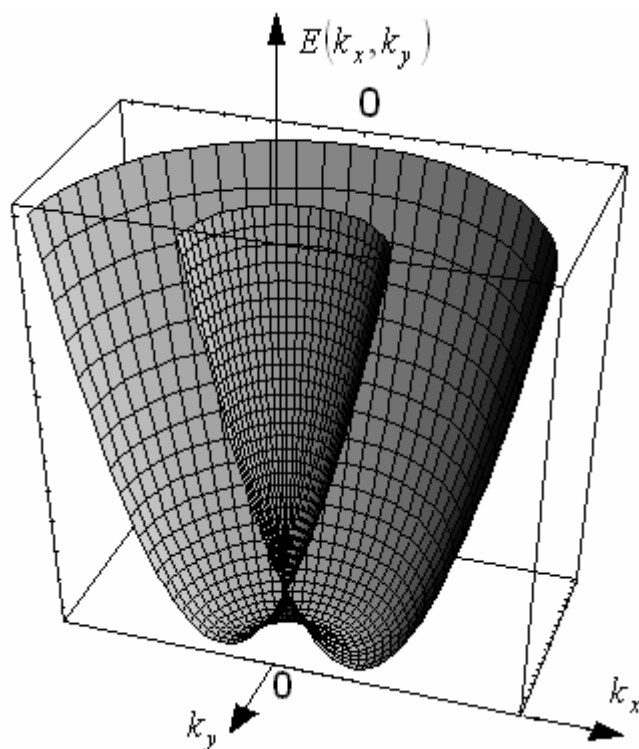


Рис.1. Структура закона дисперсии (11) гамильтониана Рашбы в зависимости от волнового вектора  $\mathbf{k}=(k_x, k_y)$  для обеих ветвей спектра  $\lambda=\pm 1$ . Половина спектра при этом удалена для наглядности восприятия строения дисперсионных кривых. Параметры задачи  $\alpha=3\cdot 10^{-9} eV\cdot cm$ ,  $m=0.067m_0$ .

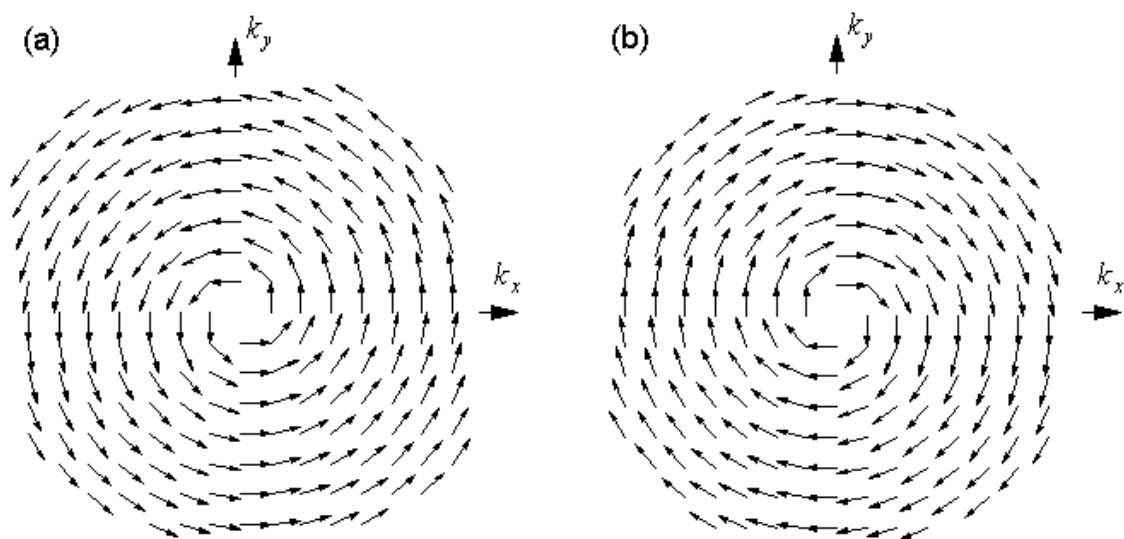


Рис.2. Распределения спиновых проекций  $\vec{\sigma}_{\lambda\mathbf{k}}=(\sigma_x, \sigma_y)$  для гамильтониана Рашбы со спектром на Рис.1 показаны (a) в нижней зоне с  $\lambda=-1$  и (b) в верхней зоне с  $\lambda=1$ . Для обеих ветвей спектра с  $\lambda=\pm 1$  распределения спинов имеют вид однородных вихрей с противоположным направлением вращения.

Перейдём к общему случаю, когда одновременно присутствуют вклады в СО взаимодействие как от слагаемого Рашбы, так и от члена Дрессельхауза. Будем рассматривать ситуацию, когда  $\alpha = 3 \cdot 10^{-9} \text{ eV} \cdot \text{cm}$ , параметр Дрессельхауза  $\beta = 2 \cdot 10^{-9} \text{ eV} \cdot \text{cm}$ , и по-прежнему  $m = 0.067m_0$ . Энергетический спектр (7) для обеих ветвей  $\lambda = \pm 1$  показан на Рис.3. Можно видеть, что в общей ситуации  $\alpha\beta \neq 0$  отсутствует симметрия спектра  $k_x \rightarrow -k_x$ ,  $k_y \rightarrow -k_y$ , но в силу теоремы Крамерса [1] сохраняется центр инверсии закона для дисперсии  $E(\mathbf{k}) = E(-\mathbf{k})$ .

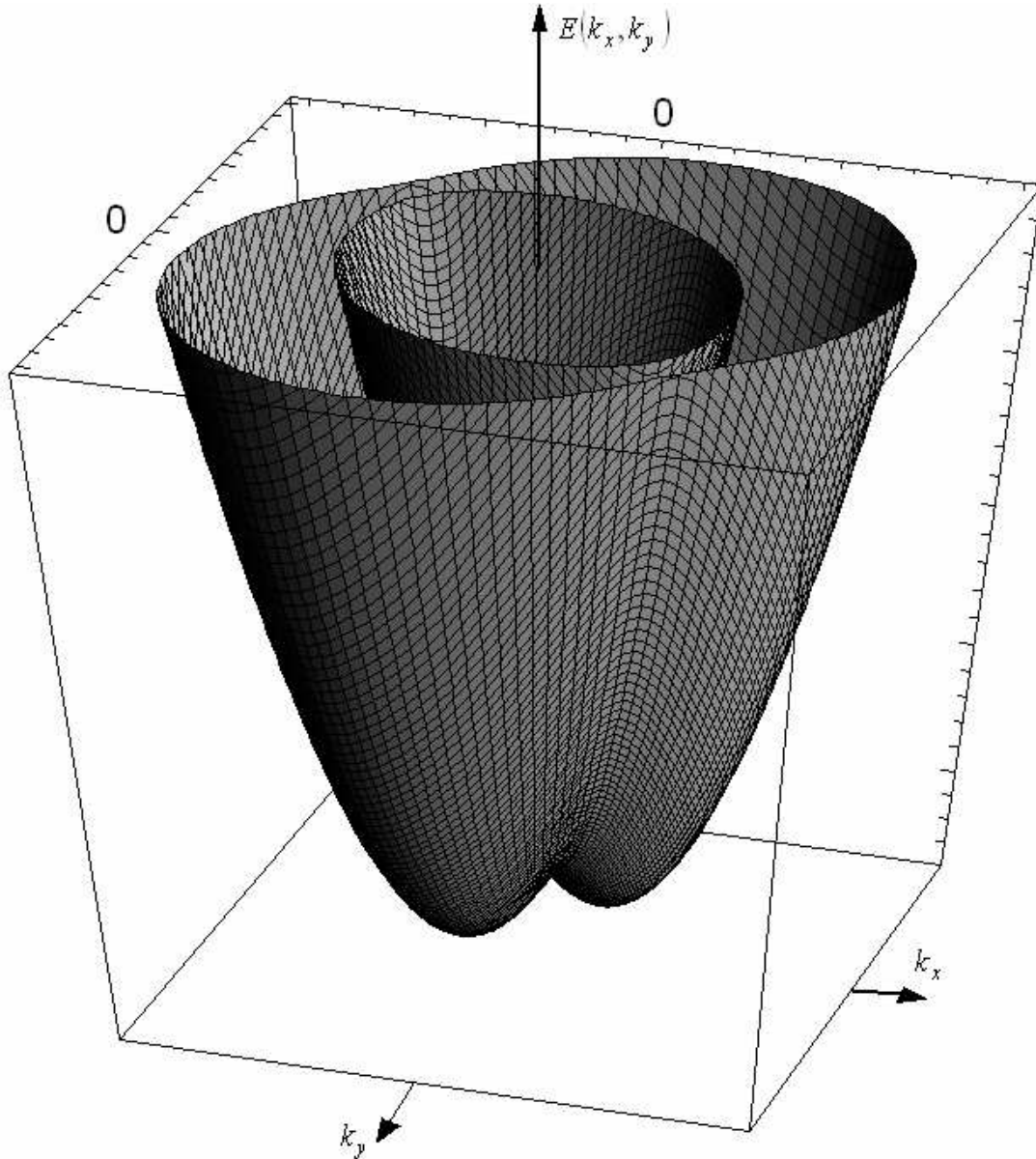


Рис.3. Энергетический спектр (7) для обеих ветвей  $\lambda = \pm 1$  спектра с СО взаимодействием Рашбы и Дрессельхауза. В спектре отсутствует симметрия  $k_x \rightarrow -k_x$ ,  $k_y \rightarrow -k_y$ , но в силу теоремы Крамерса сохраняется центр инверсии закона для дисперсии  $E(\mathbf{k}) = E(-\mathbf{k})$ . Параметры задачи  $\alpha = 3 \cdot 10^{-9} \text{ eV} \cdot \text{cm}$ ,  $\beta = 2 \cdot 10^{-9} \text{ eV} \cdot \text{cm}$ ,  $m = 0.067m_0$ .



Распределения спинов для данной задачи вместе с одним из контуров постоянной энергии  $E(\lambda, \mathbf{k}) = \text{const}$  показаны на Рис.4, при этом Рис.4(a) отвечает нижней ветви спектра с  $\lambda = -1$ , а Рис.4(b) описывает распределение для верхней ветви спектра с  $\lambda = 1$ . Обращает на себя внимание различие в форме и площади контура постоянной энергии на Рис.4(a) и Рис.4(b). Различие в площади сечений  $E = \text{const}$  для  $\lambda = -1$  и  $\lambda = 1$  имеет место и для рассмотренной ранее задачи с  $\beta = 0$ , как это можно видеть на Рис.1, проводя сечения  $E = \text{const}$ . Из сопоставления формы изоэнергетического контура и направления спинов можно сделать вывод, что симметрия распределения спинов отражает и симметрию закона дисперсии в  $\mathbf{k}$ -пространстве.

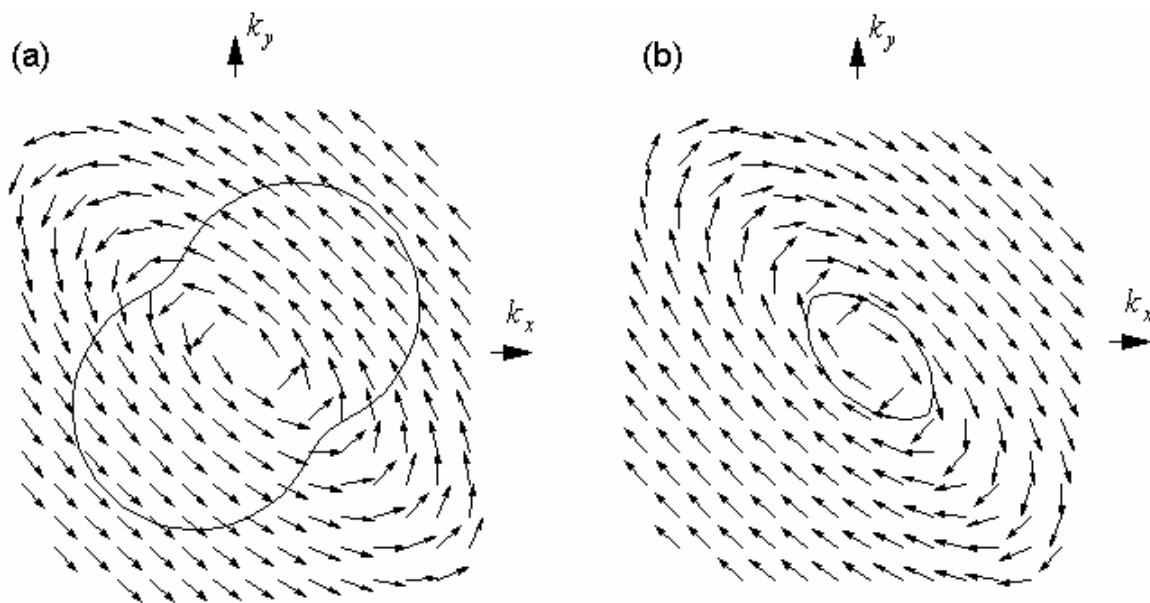


Рис.4. Распределения спинов для задачи с  $\alpha = 3 \cdot 10^{-9} \text{ eV} \cdot \text{cm}$ ,  $\beta = 2 \cdot 10^{-9} \text{ eV} \cdot \text{cm}$  показано вместе с одним из контуров постоянной энергии  $E(\lambda, \mathbf{k}) = \text{const}$  показано (a) для нижней ветви спектра с  $\lambda = -1$  и (b) для верхней ветви спектра с  $\lambda = 1$ . Симметрия распределения спинов отражает и симметрию закона дисперсии в  $\mathbf{k}$ -пространстве.

## Глава 2. Основы спиновой оптики: рассеяние на пространственном скачке параметра Рашбы

### 2.1. Постановка задачи

В последние годы большое внимание уделяется задачам управления потоками заряженных частиц в полупроводниковых наноструктурах. Один из возможных подходов к их решению основан на взаимодействии спина частиц с внешними полями и пространственными неоднородностями структуры, что отражается в обозначении данной области физики конденсированного состояния, называемой спинтроникой [7,8]. В некоторых случаях можно говорить об аналоге геометрической оптики в наноструктурах, где роль лучей света исполняют потоки частиц, и, таким образом, ввести термин «спиновая оптика» [9]. Авторы последней работы рассмотрели задачу о рассеянии волн на границе между областью без СО взаимодействия и областью с СО взаимодействием Рашбы, т.е. при  $\alpha \neq 0$  и  $\beta = 0$ . В данной главе мы обобщим результат работы [9] на более общий случай рассеяния на границе двух областей с различными параметрами Рашбы  $\alpha_1 \neq \alpha_2$  и  $\beta = 0$ , при этом пределе  $\alpha_1 \rightarrow 0$  будет получен результат работы [9].

Постановка задачи схематически показана на Рис.5. Рассматривается задача о рассеянии двухкомпонентных спиноров вида (8), являющихся собственными состояниями двумерного электронного газа. Рассеяние происходит на границе  $x=0$  двух областей с параметрами спин-орбитального взаимодействия  $\alpha_1$  в левом полупространстве и  $\alpha_2$  в правом полупространстве. При значении  $\beta = 0$  набегающая волна имеет вид

$$x < 0: \Psi_{in} = \frac{e^{ikr}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda e^{i\theta(\mathbf{k})} \end{pmatrix}, \quad \theta(\mathbf{k}) = \text{Arg}[k_y - ik_x], \quad \lambda = \pm 1, \quad (12)$$

и характеризуется компонентами импульса  $(k_x, k_y)$  и числом  $\lambda = \pm 1$ , обозначающим её принадлежность к верхней либо нижней части спектра гамильтониана Рашбы, описываемого формулой (11). Поскольку структура, изображённая на Рис.5, является однородной вдоль направления  $Oy$ , кроме энергии  $E$  при рассеянии сохраняется компонента импульса  $k_y = k \sin \varphi$ , где модуль волнового вектора в набегающей волне определяется из (11) как

$$k(E, \lambda) = \sqrt{2mE + (m\alpha_1)^2} - \lambda m\alpha_1, \quad (13)$$

а  $\varphi$  есть угол падения. Компонента импульса  $k_x$  при этом соответственно равна  $\sqrt{k^2 - k_y^2}$  при данном наборе квантовых чисел  $(\lambda, E, k_y)$ .

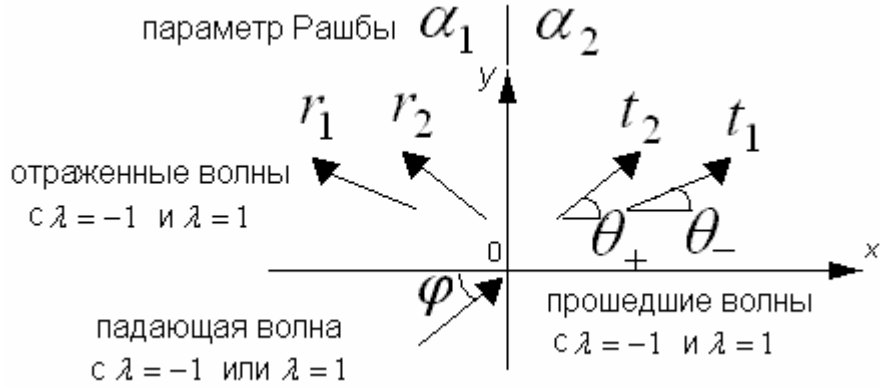


Рис.5. Геометрия задачи о рассеянии двухкомпонентных на границе  $x=0$  двух областей с параметрами спин-орбитального взаимодействия  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Падающая волна характеризуется одной поляризацией  $\lambda=-1$  или  $\lambda=1$  в то время как отражённые и прошедшие волны являются суперпозицией состояний с обеими значениями  $\lambda$ .

## 2.2. Уравнения задачи рассеяния

В силу того, что решение уравнения Шрёдингера (8) для задачи со спин-орбитальным взаимодействием имеет две ветви с  $\lambda = \pm 1$ , прошедшая и отражённая волны также будут представлять собой суперпозицию двух ветвей с неизвестными коэффициентами  $r_{1,2}$ . Именно, отражённая волна имеет вид:

$$x < 0: \quad \Psi_r = r_1 \frac{e^{-ik_{1x}x + ik_y y}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -e^{i\theta_1} \end{pmatrix} + r_2 \frac{e^{-ik_{2x}x + ik_y y}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\theta_2} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\text{где } k_{1,2} = \sqrt{2mE + (m\alpha_1)^2} \pm m\alpha_1, \quad k_{x1,2} = \sqrt{(k_{1,2})^2 - k_y^2}, \quad (15)$$

$$\text{и } \theta_{1,2} = \text{Arg}[k_y - ik_{x1,2}]. \quad (16)$$

Прошедшая волна с неизвестными коэффициентами  $t_{1,2}$  будет отличаться от выражений (14)-(16) лишь значением параметра Рашбы и направлением движения слева направо вдоль оси  $Ox$ :

$$x > 0: \quad \Psi_t = t_1 \frac{e^{ik_{3x}x+ik_y y}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -e^{i\theta_3} \end{pmatrix} + t_2 \frac{e^{ik_{3x}x+ik_y y}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\theta_4} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где

$$k_{3,4} = \sqrt{2mE + (m\alpha_2)^2} \pm m\alpha_2, \quad k_{x3,4} = \sqrt{(k_{3,4})^2 - k_y^2} \quad (18)$$

и

$$\theta_{3,4} = \text{Arg}[k_y - ik_{x3,4}]. \quad (19)$$

Выражения (12)-(19) полностью определяют квантовые состояния задачи рассеяния. Для нахождения коэффициентов  $r_{1,2}$  и  $t_{1,2}$  необходимо записать граничные условия при  $x=0$ , которые можно получить из уравнения Шрёдингера [1]. Первое из граничных условий описывает непрерывность волновой функции, а второе есть непрерывность образа волновой функции после действия на неё оператора скорости:

$$\begin{aligned} \Psi \Big|_{x<0}^{x>0} &= 0 \\ \hat{v}_x \Psi \Big|_{x<0}^{x>0} &= 0, \end{aligned} \quad (20)$$

где в присутствии СО взаимодействия с параметром Рашбы  $\alpha$  оператор скорости имеет вид [9]

$$\hat{v}_x = \frac{\hat{p}_x}{m} - \alpha \hat{\sigma}_y. \quad (21)$$

Граничные условия (20), применённые к двухкомпонентным спинорам (12), (14) и (17), представляют собой систему из четырёх неоднородных линейных уравнений для четырёх коэффициентов  $r_{1,2}$  и  $t_{1,2}$ , причём неоднородность обусловлена падающей волной (12). Такая система имеет единственное решение, которое может быть найдено аналитически либо численно.

### 2.3. Угловые зависимости интенсивностей в прошедшей волне

Коэффициенты  $t_{1,2}$  определяют прошедшую волну (17)-(19). Наглядным представлением о характере её спиновой поляризации в зависимости от поляризации  $\lambda = \pm 1$  в падающей волне (12) является угловое распределение интенсивностей  $I_{\mp}$  [9] для состояний с волновыми векторами  $k_{3,4}$ , отвечающими нижней и верхней ветви спектра гамильтониана Рашбы (11):

$$I_{\mp}(\varphi) = \frac{1}{d\theta_{\mp}/d\varphi} |t_{1,2}(\varphi)|^2, \quad (22)$$

где углы рассеяния  $\theta_{\mp}$  для состояний с  $\lambda = \mp 1$  в прошедшей волне определяются как функция угла падения  $\varphi$  через  $\tan \theta_{\mp} = k_y/k_{3,4}$ .

Далее мы представим результат работы [9] для распределения  $I_{\mp}(\varphi)$  в случае рассеяния на границе областей с  $\alpha_1 = 0$  и  $\alpha_2 \neq 0$ . Этот результат является частным случаем, следующим из решения нашей задачи в пределе  $\alpha_1 \rightarrow 0$ . Распределение интенсивностей приведено на Рис.6. Для состояния с исходной поляризацией  $\lambda = -1$  прошедшая волна также будет преимущественно принадлежать нижней ветви спектра Рашба, т.е.  $|t_1| \gg |t_2|$ , и наоборот. Поэтому две верхних кривых на Рис.6. отвечают двум различным поляризациям падающей волны. Соответственно, значения интенсивностей состояния с другой поляризацией, противоположной исходной, являются пренебрежимо малыми и показаны в нижней части графика на Рис.6.

Обращает на себя внимание наличие предельного угла  $\varphi_c$ , при достижении которого исчезает прошедшая волна с положительной поляризацией, т.е. при  $\lambda = 1$ . Это связано с тем, что волновое число  $k_4$ , определяемое выражением (18), при условии  $\alpha_1 \ll \alpha_2$ , т.е. при переходе из «оптически менее плотной» среды в «оптически более плотную», уменьшается, что приводит к увеличению угла  $\theta_+$  вплоть до полного внутреннего отражения падающей волны указанной поляризации. График зависимости компоненты  $k_{x4}(\varphi)$  показан на Рис.6. пунктирной линией, которая достигает нуля при  $\varphi = \varphi_c$  одновременно с падением интенсивности  $I_+(\varphi)$ . Этот эффект в спиновой оптике был назван полным внутренним отражением [9], в полной аналогии с известным оптическим явлением.

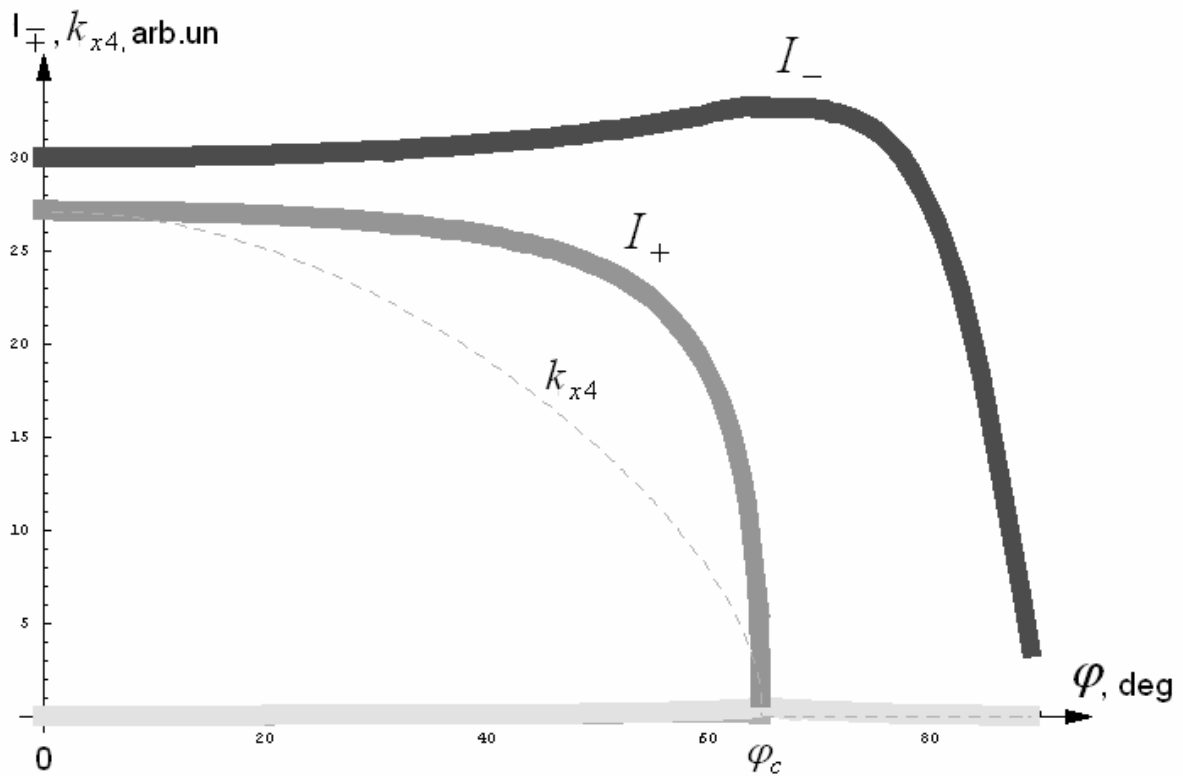


Рис.6. Угловое распределение интенсивностей  $I_{\mp}$  в прошедшей волне для задачи о рассеянии на границе между областями с  $\alpha=0$  и  $\alpha \neq 0$  [9]. Поляризация падающей волны  $\lambda=-1$  (кривая  $I_-$ ) и  $\lambda=1$  (кривая  $I_+$ ). В последнем случае прохождение отсутствует при достижении углом падения  $\varphi$  критического значения  $\varphi_c$ , отвечающего углу полного внутреннего отражения. При этом компонента  $k_{x4}$  в прошедшее волне (пунктирная кривая) стремится к нулю. Интенсивности компонент с поляризацией, противоположной исходной, являются пренебрежимо малыми (нижняя кривая).

## II. Задания лабораторной работы

### Задания по главе 1

- 1.1. Аналитически решить задачу о нахождении квантовых состояний гамильтониана (4) частицы со спин-орбитальным взаимодействием. Получить выражения (7) и (8) для собственных значений энергии и собственных функций, а также формулу (10) для средних значений проекций спина.
- 1.2. Используя полученные в п.1.1. результаты, построить энергетический спектр частицы со спин-орбитальным взаимодействием Рашбы (пример показан на Рис.1), а также Рашбы и Дрессельхауза (пример показан на Рис.3.). В последнем случае исследовать структуру спектра при различных соотношениях параметров Рашбы и Дрессельхауза. Для всех значений параметров построить также кривые постоянной энергии.
- 1.3. С помощью выражения (10) построить распределения средних значений проекций спина в импульсном пространстве. Отдельно рассмотреть случаи нулевого значения параметра Дрессельхауза (пример на Рис.2) и нулевого значения параметра Рашбы, а также общего случая с их ненулевыми значениями (пример показан на Рис.4.).

### Задания по главе 2

- 2.1. Аналитически рассмотреть задачу о рассеянии на скачке параметра Рашбы и получить выражения для коэффициентов системы линейных неоднородных уравнений, следующей из граничных условий (20).
- 2.2. Решить полученную систему численно либо аналитически, получив выражения для коэффициентов отражения и прохождения как функцию входных параметров задачи: параметров спин-орбитального взаимодействия в обоих полупространствах, энергии падающей волны и угла её падения.
- 2.3. Для предельного случая, когда параметр спин-орбитального взаимодействия в одном из полупространств пренебрежимо мал, построить график на Рис.6 для угловых зависимостей интенсивностей (22) прошедшей волны с различной ориентацией спина.
- 2.4. Исследовать угловую зависимость амплитуд коэффициентов отражения и прохождения в общем случае при различных соотношениях величин параметров спин-орбитального взаимодействия по обе стороны от границы.
- 2.5. В указанном в п.2.4. общем случае исследовать угловую зависимость интенсивностей (22) и сравнить с предельным случаем, описанным в п.2.3.

### III. Литература

- [1] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика*, М., 1974 (Теоретическая физика, т.III).
- [2] В.Я. Демиховский, Г.А. Вугальтер, *Физика квантовых низкоразмерных структур*, М., 2000.
- [3] Э.И. Рашба, *Физика твёрдого тела*, т.2, с.1224 (1960).
- [4] J.B. Miller et al, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 076807 (2003).
- [5] G. Dresselhaus, *Phys. Rev.* **100**, 580 (1955).
- [6] S.D. Ganichev et al, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 256601 (2004).
- [7] *Semiconductor Spintronics and Quantum Computation*, edited by D.D. Awschalom, D. Loss, and N. Samarth (Springer-Verlag, Berlin, 2002).
- [8] I. Žutić, J. Fabian, and S. Das Sarma, *Rev. Mod. Phys.* **76**, 323 (2004).
- [9] M. Khodas, A. Shekhter, and A.M. Finkel'stein, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 086602 (2004).



## Содержание

	Стр.
I. Теоретическое введение	3
Глава 1. Квантовые состояния частицы со спин-орбитальным взаимодействием Рашбы и Дрессельхауза	3
1.1. Различные вклады в спин-орбитальное взаимодействие	3
1.2. Нахождение энергии и собственных функций	4
1.3. Структура энергетического спектра и спиновой поляризации	6
Глава 2. Основы спиновой оптики: рассеяние на пространственном скачке параметра Рашбы	10
2.1. Постановка задачи	10
2.2. Уравнения задачи рассеяния	11
2.3. Угловые зависимости интенсивностей в прошедшей волне	12
II. Задания лабораторной работы	15
Задания по главе 1	15
Задания по главе 2	15
III. Литература	16