

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н. И. Лобачевского

В. Г. Гавриленко, Е. Ю. Петров

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО КУРСУ “ТЕРМОДИНАМИКА И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА”

Учебно-методическое пособие

Рекомендовано методической комиссией радиофизического факультета ННГУ для
студентов, обучающихся по направлению подготовки 03.03.03 “Радиофизика”

Нижегород
2019

УДК 536.7
ББК 22.317
Г17

Рецензент:

зав. кафедрой общей физики ННГУ, профессор **М. И. Бакунов**

Г17 Гавриленко В. Г., Петров Е. Ю. Сборник задач по курсу “Термодинамика и статистическая физика”: Учебно-методическое пособие. — Нижний Новгород: Нижегородский государственный университет, 2019. — 10 с.

Пособие представляет собой сборник задач по основным разделам курса “Термодинамика и статистическая физика”. Часть задач, входящих в пособие, взята из монографий, указанных в списке литературы, другая часть составлена на основе многолетней практики проведения занятий, зачетов и экзаменов на радиофизическом факультете Нижегородского госуниверситета.

Пособие рассчитано на студентов старших курсов, специализирующихся в области радиофизики.

Ответственные за выпуск:

председатель методической комиссии радиофизического факультета ННГУ,
к.ф.-м.н., доцент **Н. Д. Миловский**,
зам. председателя методической комиссии радиофизического факультета
ННГУ, д.ф.-м.н., профессор **Е. З. Грибова**

УДК 536.7
ББК 22.317

©Гавриленко В. Г., Петров Е. Ю., 2019

©Нижегородский государственный университет
им. Н. И. Лобачевского, 2019

ТЕРМОДИНАМИКА

1. Первый принцип термодинамики. Теплоёмкость. Политропические процессы

1.1. Нагревается или охлаждается идеальный газ при расширении по закону $P^2V = \text{const}$? Какова его молярная теплоёмкость в этом процессе (выразить через C_P и C_V)?

1.2. Вывести уравнение политропы для модели газа Ван дер Ваальса в переменных (T, V) и (P, V) (использовать выражение $U = C_V T - a/V$ для внутренней энергии газа Ван дер Ваальса).

1.3. Записать уравнения для изотермы, адиабаты и изохоры для газа Ван дер Ваальса.

1.4. Вычислить $C_P - C_V$ для модели газа Ван дер Ваальса на основе первого принципа термодинамики и уравнения состояния.

2. Математическая формулировка второго принципа термодинамики. Полный дифференциал энтропии

2.1. Вывести соотношение

$$\left(\frac{\partial \mathcal{X}}{\partial T}\right)_x = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_T + \mathcal{X} \right],$$

где U — внутренняя энергия, \mathcal{X} — обобщенная сила, а x — отвечающий ей внешний параметр.

2.2. Вывести формулу

$$C_{\mathcal{X}} - C_x = -T \frac{\left[\left(\frac{\partial x}{\partial T}\right)_{\mathcal{X}} \right]^2}{\left(\frac{\partial x}{\partial \mathcal{X}}\right)_T}.$$

2.3. Для диэлектрика в однородном электрическом поле вычислить разность теплоёмкостей C_E при постоянной напряжённости электрического поля E и

C_D при постоянной электрической индукции D . Объём диэлектрика считать постоянным, а зависимость диэлектрической проницаемости от температуры — известной. Предложить способ измерения указанных теплоёмкостей.

2.4. Вычислить $C_E - C_D$ диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(T) = 1 + 4\pi\alpha_e/T$ ($\alpha_e = \text{const}$).

2.5. Для магнетика в однородном магнитном поле вычислить разность теплоёмкостей C_H при постоянной напряжённости магнитного поля H и C_B при постоянной магнитной индукции B . Объём магнетика считать постоянным, а зависимость магнитной проницаемости от температуры — известной.

2.6. Найти $C_H - C_B$ для магнетика с магнитной проницаемостью $\mu(T) = 1 + 4\pi\alpha_m/T$ ($\alpha_m = \text{const}$).

3. Следствия из первого и второго принципов термодинамики. Характеристические функции

3.1. Доказать соотношение

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \frac{T}{C_P} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P.$$

3.2. Получить выражение для производной $(\partial T/\partial H)_S$, описывающее магнитное охлаждение парамагнетика.

3.3. Доказать соотношение

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\frac{\alpha T}{\beta C_V},$$

где

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \quad \beta = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T.$$

4. Термодинамика равновесного электромагнитного излучения

4.1. Из выражения для давления излучения $P = w(T)/3$ ($w(T)$ — плотность внутренней энергии) получить закон Стефана-Больцмана

$$w = \sigma T^4,$$

где $\sigma = \text{const}$ — постоянная Стефана-Больцмана.

4.2. Вычислить энтропию равновесного излучения.

4.3. Получить уравнение адиабаты для равновесного излучения.

4.4. Вычислить термодинамический потенциал Гиббса и свободную энергию излучения.

5. Необратимые процессы

5.1. Вычислить изменение энтропии и температуры при теплоизолированном расширении в пустоту а) идеального газа; б) равновесного излучения. Рассмотреть эквивалентные обратимые процессы.

5.2. Рассчитать дифференциальный эффект Джоуля-Томсона. Найти производную $(\partial T/\partial P)_I$ (I — энтальпия) для а) идеального газа; б) газа Ван дер Ваальса.

5.3. Вычислить изменение энтропии и температуры при теплоизолированном расширении в пустоту газа Ван дер Ваальса.

6. Условия равновесия и устойчивости макроскопических систем.

Тепловые двигатели

6.1. Цилиндр с объёмом V , заполненный идеальным газом, находится в термостате и разделён лёгким подвижным поршнем на две части. Исходя из

экстремальных свойств свободной энергии, определить равновесное положение поршня, если в одной части цилиндра находится N_1 молекул газа, а в другой — N_2 молекул. Исследовать устойчивость состояния равновесия.

6.2. Найти непосредственным расчетом коэффициент полезного действия (КПД) цикла Карно для равновесного излучения.

6.3. Вычислить коэффициент полезного действия цикла, изображенного на рис. 1. Рабочее тело — идеальный газ. Выразить КПД цикла через объёмы V_1 и V_2 .

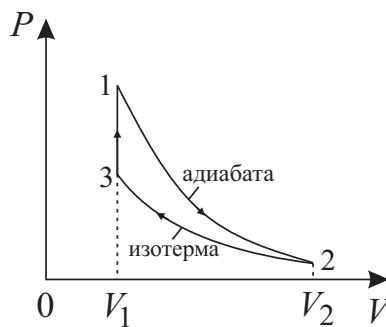


Рис. 1. График цикла в задаче 6.3

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

7. Распределение Максвелла

7.1. Записать максвелловское распределение для компоненты скорости v_x и модуля скорости.

7.2. Найти наиболее вероятную ($v_{\text{вер}}$), среднюю ($\langle v \rangle$) и среднюю квадратичную ($\langle v^2 \rangle$) скорости частицы.

7.3. Найти наиболее вероятную и среднюю кинетическую энергию частицы.

7.4. Найти скорость истечения газа через маленькое отверстие в стенке сосуда в вакуум. Сколько частиц покидает сосуд в единицу времени, если распределение молекул газа по скоростям в сосуде описывается законом Максвелла?

При каком условии можно пользоваться максвелловским распределением в данной ситуации?

7.5. Определить давление газа на стенку сосуда, считая распределение молекул в сосуде максвелловским. Удары молекул о стенку предполагаются абсолютно упругими.

8. Распределение Больцмана

8.1. Идеальный газ с температурой T находится в сосуде высотой h в однородном поле силы тяжести. Найти среднюю потенциальную энергию молекул газа. Проанализировать предельные случаи большой и малой высоты сосуда: $h \gg kT/(mg)$ и $h \ll kT/(mg)$ (k — постоянная Больцмана, m — масса молекулы газа, g — ускорение свободного падения).

8.2. Определить диэлектрическую восприимчивость и диэлектрическую проницаемость газообразного диэлектрика из невзаимодействующих между собой полярных молекул. Дипольный момент молекул p_0 и их концентрацию n считать известными.

9. Распределение Гиббса

9.1. Вычислить статистический интеграл и свободную энергию для одноатомного идеального газа.

9.2. Вычислить давление, внутреннюю энергию, изохорную теплоёмкость и энтропию для одноатомного идеального газа.

9.3. Вычислить статистический интеграл и свободную энергию для идеального газа, состоящего из двухатомных жестких молекул (модель молекулы — две точечные массы, связанные невесомым нерастяжимым стержнем).

9.4. Вычислить давление, внутреннюю энергию, изохорную теплоёмкость и энтропию для двухатомного идеального газа, состоящего из жестких молекул.

9.5. На основе распределения Гиббса вычислить поляризацию (средний дипольный момент единицы объёма) газа, состоящего из полярных двухатомных жестких молекул.

10. Равновесные флуктуации

10.1. На основе распределения Гиббса вычислить дисперсию флуктуаций внутренней энергии идеального газа.

10.2. На основе распределения Гиббса вычислить дисперсию флуктуаций продольной (по отношению к направлению внешнего электрического поля) составляющей дипольного момента газообразного диэлектрика, состоящего из полярных двухатомных жестких молекул. Рассмотреть предельные случаи $p_0 E / (kT) \ll 1$ и $p_0 E / (kT) \gg 1$ (p_0 — дипольный момент молекул, E — напряженность внешнего постоянного электрического поля).

10.3. С помощью квазитермодинамической теории равновесных флуктуаций найти средние $\langle (\Delta P)^2 \rangle$, $\langle (\Delta S)^2 \rangle$, $\langle \Delta P \Delta S \rangle$.

10.4. С помощью квазитермодинамической теории равновесных флуктуаций найти средние $\langle \Delta P \Delta V \rangle$, $\langle \Delta S \Delta T \rangle$, $\langle \Delta S \Delta V \rangle$.

11. Квантовая статистика

11.1. Получить уравнение состояния ультрарелятивистского квантового идеального газа, связь между энергией и импульсом частиц которого может быть записана в виде $\mathcal{E} = pc$.

11.2. Найти равновесное значение концентрации электронов вблизи поверхности металла при термоэлектронной эмиссии.

11.3. Вычислить плотность тока насыщения при термоэлектронной эмиссии.

11.4. Для конденсированного Бозе-газа вычислить основные термодинамические величины (среднее число частиц, внутреннюю энергию, изохорную теплоёмкость, энтропию, свободную энергию и давление).

11.5. Получить уравнение адиабаты для конденсированного Бозе-газа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Базаров И. П. Термодинамика. — М.: Высшая школа, 1991. 376 с.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Том V. Статистическая физика. Часть 1. — М.: Наука, 1983. 584 с.
3. Леонтович М. А. Введение в термодинамику. Статистическая физика. — М.: Наука, 1967. 416 с.

Владимир Георгиевич **Гавриленко**
Евгений Юрьевич **Петров**

**СБОРНИК ЗАДАЧ ПО КУРСУ “ТЕРМОДИНАМИКА
И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА”**

Учебно-методическое пособие

Компьютерная верстка — Е. Ю. Петров

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования “Национальный исследовательский Нижегородский
государственный университет им. Н.И. Лобачевского”.
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.